

Joachim Stiller

# Kritische Betrachtungen zu Kant I



Alle Rechte vorbehalten

# Kant 1: Leben, Persönlichkeit und Werk

Ich lasse nun zunächst den 1. Teil des Kant-Kapitels aus dem Werk „Kleine Weltgeschichte der Philosophie“ von Hans Joachim Störig folgen.

"Wir haben die Darstellung nunmehr bis an die Schwelle des Zeitalters herangeführt, in dem die Entfaltung der abendländischen Philosophie im Werk Immanuel Kants einen Höhe- und Wendepunkt erreicht, der von vielen, auch von Gegnern der Kantschen Auffassungen, als "der" Höhepunkt angesehen wird und jedenfalls darin einmalig ist, dass er ausschließlich von der Gedankenarbeit eines einzigen Mannes bewirkt wurde. Im gleichen Jahr 1781, in dem Lessing, der große Dichter der deutschen Aufklärung und zugleich ihr bedeutendster Kritiker, die Augen schloss, erschien Kants erstes Hauptwerk, die "Kritik der reinen Vernunft", mit welchem die europäische Bewegung der Aufklärung zur Vollendung geführt und zugleich auf einer höheren Stufe überwunden wurde.

Kant wurde geboren am 22. April 1724 in Königsberg (Preußen) als Sohn eines Sattlermeisters. (Der Vater schrieb sich noch Cant, die Familie soll schottischer Herkunft gewesen sein.) Seinem Elternhause, insbesondere seiner Mutter, verdankte er die Berührung mit dem Pietismus, einer religiösen Bewegung, die gegenüber bloßem Buchstabenglauben eine echte gefühlsbetonte Frömmigkeit forderte. Nach siebenjährigem Besuch des Friedericianums in Königsberg, dem er nach seiner eigenen späteren Erklärung für sein eigentliches Arbeits- und Interessengebiet, Naturwissenschaften und Philosophie, kaum etwas verdankt, begann er 1740 an der Universität seiner Vaterstadt zu studieren, zuerst Theologie, die er jedoch bald zugunsten der Philosophie und der Naturwissenschaften aufgab. Neun Jahre lang verdiente er dann seinen Lebensunterhalt als Hauslehrer auf Adelsgütern in der Umgebung von Königsberg und eignete sich in dieser Zeit, außer weltmännischer Gewandtheit, eine gründliche philosophische Bildung an. 1755 promovierte er und ließ sich als Privatdozent an der Universität nieder. Erst fünfzehn Jahre später erhielt er die Professur für Logik und Metaphysik, die er bis an sein Lebensende innehatte.

Über vierzig Jahre lang hat er Vorlesungen gehalten, nicht nur über diese beiden Fächer, sondern auch über mathematische Physik, Geographie und Anthropologie sowie natürliche Theologie, Moral und Naturrecht. Er war ein beliebter und anregender Lehrer. Herder, der in Kants ersten Dozentenjahren in Königsberg studierte, preist Kants Vorzüge als Vortragender in einem Brief, in dem es heißt: "Er in seinen blühenden Jahren hatte die fröhliche Munterkeit eines Jünglings, seine offene, zum Denken gebaute Stirn war ein Sitz unzerstörbarer Heiterkeit und Freude, die gedankenreichste Rede floss von seinen Lippen, Scherz und Witz und Laune standen ihm zu Gebote, und sein lehrender Vortrag war der unterhaltendste Umgang. Er munterte auf und zwang angenehm zum Selbstdenken..." Ebenso anregend wie über philosophische Probleme wusste Kant in seinen geographischen Vorträgen über fremde Länder und Völker zu sprechen, obwohl er nie aus Königsberg und seiner Umgebung herausgekommen ist.

Überhaupt ist Kants Leben äußerlich an Ereignissen arm und von großer Stetigkeit. Das hängt damit zusammen, dass Kant von Geburt an von schwacher Gesundheit war - er war klein von Gestalt, schwächlich und etwas verwachsen, indem eine Schulter etwas höher als die andere war - und dass er in Erkenntnis dessen sich die genaue Einhaltung selbstgewählter Regeln zur Erhaltung seiner Gesundheit und eiserne Konzentration auf seine Lebensaufgabe vorgeschrieben hatte. Es gelang ihm dadurch, bei voller Gesundheit ein hohes Alter zu erreichen und seine Lebensarbeit im Wesentlichen zu vollenden. Kants Lebensführung und seine Tageseinteilung entsprachen peinlich diesen Grundsätzen. Briefe und Berichte von

Zeitgenossen geben ein anschauliches Bild davon. Stets stand er um 5 Uhr auf und begann alsdann zu arbeiten. Von 7 bis 9 Uhr hielt er seine Vorlesungen. Die Hauptarbeitszeit für das eigene Studium, in der auch seine wissenschaftlichen Schriften entstanden, lag von 9 bis 1 Uhr. Zum anschließenden Mittagessen hatte Kant fast immer Gäste, wobei er Männer aus dem praktischen Leben gegenüber Gelehrten bevorzugte. Diese Mahlzeiten dienten völliger Entspannung und dauerten meist mehrere Stunden, die mit Gesprächen über die verschiedensten Themen ausgefüllt waren. Nach einem Spaziergang, der ebenfalls genauester Einteilung und Regelmäßigkeit unterlag, nahm er seine Arbeit wieder auf, und ging Punkt 10 Uhr zu Bett.

Kant hielt das selbstgesetzte Tagesprogramm so genau ein, dass die Königsberger danach hätten ihre Uhr stellen können. Ein Biograph sagt: "Aufstehen, Kaffeetrinken, Schreiben, Kollegienlesen, Essen, Spaziergehen, alles hatte seine bestimmte Zeit, und die Nachbarn wussten ganz genau, dass die Glocke halb vier sei, wenn Immanuel Kant in seinem grauen Leibrock, das spanische Röhrchen in der Hand, aus seiner Haustür trat und nach der kleinen Lindenallee wanderte, die man seinetwegen noch jetzt den Philosophengang nennt. Achtmal spazierte er dort auf und ab, in jeder Jahreszeit, und wenn das Wetter trübe war oder die grauen Wolken einen Regen verkündeten, sah man seinen Diener, den alten Lampe, ängstlich besorg hinter ihm drein wandeln mit einem großen Regenschirm unter dem Arm, wie ein Bild der Vorsehung."

Die Ironie in diesen Sätzen Heinrich Heines, ebenso viele Anekdoten über Kants Eigenheiten, bezieht sich auf Kants Altersjahre. Auf der Höhe seines Lebens war Kant ein beliebter Gastgeber, als Gast wegen seiner geistreichen Unterhaltung gern gesehen. Er verkehrte viel mit den zeitweise in Königsberg tonangebenden russischen Offizieren, die größtenteils aus deutschsprachigen Familien stammten.

Nach dem Erscheinen seiner Hauptwerke erlangte Kant bald und noch zu seinen Lebzeiten Berühmtheit über Deutschlands Grenzen hinaus. Zahlreiche Ehrungen wurden ihm zuteil. Berufungen nach außerhalb lehnte stets ab. Als er am 12. Februar 1804, nachdem seine geistigen Kräfte in den letzten Lebensjahren nachgelassen hatten, die Augen schloss, eilten Menschen aller Städte in seine Wohnung, um den großen Mann noch einmal zu sehen. Stadt, Universität und Bevölkerung bereiteten ihm ein fürstliches Leichenbegängnis, wie es das stille Königsberg noch nicht gesehen hatte.

Zur leichteren Orientierung für den Leser geben wir zunächst eine einfache Aufzählung der wichtigsten Schriften Kants. Die Liste enthält nur diejenigen, auf die in der folgenden Darstellung Bezug genommen wird.

1755 Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels oder Versuch von der Verfassung und dem mechanischen Ursprung des ganzen Weltgebäudes, nach Newtonschen Grundätzen abgehandelt.

1756 Physische Monadologie

1766 Träume eines Geistsehers, erläutert durch Träume der Metaphysik

1770 Dissertation über die Form und die Prinzipien der sinnlichen und der intelligiblen Welt

1775 Von den verschiedenen Rassen der Menschen

1781 Kritik der reinen Vernunft

1784 Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können

1785 Grundlegung zur Metaphysik der Sitten

1788 Kritik der praktischen Vernunft

1790 Kritik der Urteilskraft

1793 Die Religion innerhalb der Grenzen der bloßen Vernunft

1795 Zum ewigen Frieden. Ein philosophischer Entwurf

1797 Die Metaphysik der Sitten in zwei Teilen

1798 Der Streit der Fakultäten

Kant hat seinen 1793 bekanntgemachten Entschluss, eine Gesamtausgabe seiner Schriften selbst herauszugeben, nicht mehr ausgeführt. Erst im 20. Jahrhundert gab die Preußische Akademie der Wissenschaften eine Gesamtausgabe in 18 Bänden heraus." (Störig, S.439-442)

## Kant 2: Die vorkritische Periode

### 1. Zu Kants naturwissenschaftlichen Schriften

„Den Zeitabschnitt bis zum Erscheinen der „Kritik der reinen Vernunft“ – oder besser bis zu der Zeit, da ihre Gedanken sich in Kant zu formen begannen – bezeichnet man als die „vorkritische“ Periode in Kants Entwicklung. Während der Jahrzehnte vom Erscheinen seiner ersten Schrift (1747) bis zur Dissertation von 1770 war Kant ein fruchtbarer Schriftsteller. Von den Schriften aus dieser Zeit – die Mehrzahl ist in unserer Aufzählung nicht genannt – befassen sich die meisten mit naturwissenschaftlichen Fragen. Kant schrieb über das Feuer, über Vulkane, über physische Geographie, über die Theorie der Winde, über das Erdbeben von Lissabon. Die Grundlage seiner Anschauungen bildet die Physik Newtons, die für ihn immer ein Muster exakter wissenschaftlicher Naturerkenntnis geblieben ist.

Hervorzuheben ist zunächst die „*Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels*“. Kant gibt hier eine Theorie von der Entstehung des Weltgebäudes und der Planetenbewegung. Newton hatte den Einfluss der Gravitation auf die Bewegungen der Himmelskörper erkannt und berechnet. Die Frage der Entstehung des Sonnensystems hatte er offen gelassen. Ausdrücklich hatte er erklärt, dass sie einer natürlichen Erklärung nicht zugänglich sei. Die Umlaufbewegung der Himmelskörper ist nach ihm das Resultat zweier Kräfte, der Anziehungskraft, welche auf mechanische Weise zu erklären ist, und einer zweiten, tangential wirkenden Kraft, die verhindert, dass die Planeten, einfach der Schwerkraft folgend, in die Sonne stürzen. Diese letztere Kraft war nach Newton nur so zu erklären, dass der Schöpfer selbst den Körpern diese Bewegung verliehen, sie gewissermaßen in den Raum hinausgeschleudert hatte, bis sie von der Sonne eingefangen wurden.

Kant stellt die These auf, dass *beide* Kräfte mechanisch zu erklären seien. Er nimmt einen Anfangszustand an, in dem die Materie in kleinsten Teilchen überall im Raum gleichmäßig

verteilt war. Da die kleinsten Teilchen nach ihrer Dichtigkeit und Anziehungskraft verschieden sind, beginne alsbald die Teilchen von größerer spezifischer Dichte und damit Anziehungskraft, die kleineren an sich heranzuziehen. Diese Anziehung allein würde bewirken, dass die leichteren Teilchen sich gradlinig auf die schweren zubewegen und sich dort zu Klumpen zusammenballen würden. Sie stoßen aber auf ihrem Wege dorthin auf andere Teilchen, Sie werden abgestoßen und von ihrer Richtung abgelenkt. Es entstehen Seitenbewegungen in andere Richtungen als der ursprünglichen Anziehung. Aus den zuerst chaotisch durcheinandergehenden Bewegungen stellt sich allmählich ein Gleichgewicht der Bewegung her, bei dem das geringste Maß gegenseitiger Hemmung erreicht wird. Das ist die Kreisbewegung. Ein Teil der kreisförmig umlaufenden Teilchen wird in die Sonne hineingezogen und setzt diese selbst in Umdrehung. Die übrigen Teilchen bilden die Planeten. Diese sind, je näher der Sonne, umso dichter und umso kleiner.

Kant versuchte mit dieser Hypothese zu zeigen, dass es nicht der Annahme übernatürlicher Kräfte bedarf, um die Entstehung eines harmonischen Weltganzen aus dem anfänglichen Chaos zu erklären, dass diese vielmehr allein aus den Gesetzen der Anziehung und Abstoßung erklärt werden kann. Vor der Frage allerdings, wie die ursprüngliche und Raum erfüllende Materie entstanden ist, versagt auch nach Kant die natürliche Erklärung. Wir müssen einen Schöpfer annehmen, der die Materie geschaffen und sie mit den Kräften begabt hat, die sie befähigen, aus dem Anfangszustand einen geordneten Kosmos zu bilden.

Einige Jahrzehnte später kam der französische Mathematiker und Astronom Pierre Laplace (1749-1827) unabhängig von Kant zu ganz ähnlichen Vorstellungen. Seither ist diese - hier natürlich vereinfachte - Auffassung von der Weltentstehung als *Kant-Laplacesche Theorie* bekannt.

Eine zweite Schrift, in der Kant zukunftsweisende naturwissenschaftliche Gedanken entwickelt, ist die "*Physische Monadologie*". Kant knüpft darin, wie schon der Titel anzeigt, an den Leibnizschen Begriff der Monade an. Er versucht, die kleinsten Teilchen, durch deren Bewegung das Weltgebäude entsteht, ihrem Wesen nach näher zu bestimmen. Er definiert ihr Wesen als "raumerfüllende Kraft". Das also, was das Wesen der Materie ausmacht, ihre Körperlichkeit und Undurchdringlichkeit, ist eine *Kraft*. Es gibt keinen "Stoff", nur Kraft (Energie)! Dieser Gedanke Kants hat eine geradezu sensationelle Wiederauferstehung erlebt in der Physik der Gegenwart, welche nicht nur in der Theorie annimmt, dass "Materie" nur eine besondere Erscheinungsform der Energie ist, sondern mehr als handgreiflich in der praktischen Anwendung bewiesen hat, dass Materie in Energie übergehen kann und umgekehrt.

Als drittes der naturwissenschaftlichen Werke wollen wir noch die Schrift über die *Rassen* nennen. Kant stellt der bloßen klassifizierenden *Naturbeschreibung* die Idee der *Naturgeschichte* entgegen. Er spricht dabei Gedanken aus, die ihn als einend er Wegbereiter der im 19. Jahrhundert zu allgemeiner Anerkennung gelangten Idee der Entwicklung erweisen. "Die Naturgeschichte... würde die Veränderung der Erdgestalt, ingleichen die der Erdgeschöpfe (Pflanzen und Tiere), die sich durch natürliche Wanderungen erlitten haben, und ihre daraus entsprungenen Abartungen von dem Urbilde der Stammgattung lehren. Sie würde vermutlich eine große Menge scheinbar verschiedener Arten und Rassen eben derselben Gattung machen und das jetzt so weitläufige Schulsystem der Naturbeschreibung in ein physisches System für den Verstand verwandeln." (Störig, S.442-444)

## 2. Die Herausbildung des kritischen Problems

"Wenden wir uns nun der eigentlichen Philosophie zu! Das philosophische System, das Kant während seines Studiums und des ersten Abschnitts seiner Tätigkeit als das herrschende in Deutschland vorfand, war das Leibniz-Wolffsche. Es war, wenn man es mit kurzen Schlagworten kennzeichnen will, *Rationalismus*, in der Methode *dogmatisch*. Es ist Rationalismus, das heißt: es ist Vernunftphilosophie, die auf dem Standpunkt steht: Was meine Vernunft über die Welt aussagt, das ist wahr. Es ist möglich, aus den (angeborenen) Grundsätzen der Vernunft heraus ein richtiges Bild der Welt zu entwickeln, und zwar - das ist wichtig - ohne Zuhilfenahme der Erfahrung. Da für den Rationalismus die Erfahrung nicht die Grundlage und auch nicht die Grenze unseres Erkennens ist, besteht für seine Anhänger kein Grund, an der Möglichkeit einer Metaphysik, als einer über jegliche Erfahrung hinausgehende Wissenschaft vom Übersinnlichen, zu zweifeln. Die Rationalisten haben denn auch solche metaphysischen Systeme aufgebaut. Sie verfahren dabei *dogmatisch*, das heißt ohne vorherige kritische Prüfung, ob denn die Vernunft tatsächlich imstande sei, von der Erfahrung unabhängige Gewissheit zu liefern. Der Leibniz-Wolffschen Philosophie, in die er schon durch seinen Lehrer, den Wolffianer Knutzen, eingeführt war, hat Kant zunächst bis etwa zum Jahre 1760 angehangen.

Dann beginnt sich ein Umschwing in seinem Denken abzuzeichnen. Kant wurde aus dem "dogmatischen Schlummer" geweckt und zwar durch den englischen Philosophen des *Empirismus*, John Locke, sowie durch die skeptischen Konsequenzen, die David Hume in Bezug auf die Möglichkeit sicheren Wissens aus den Lehren Lockes gezogen hatte. Locke hatte gesagt: Es ist nichts im Verstande, was nicht zuvor in den Sinnen gewesen wäre. Das ist konsequenter Empirismus. Allein die Erfahrung (die äußere durch die Sinne, die innere durch die selbstbeobachtende Tätigkeit des Bewusstseins) ist Quelle unserer Erkenntnis und auch Grenze. Für einen solchen Empirismus ist Metaphysik, im Sinne einer Wissenschaft vom Übersinnlichen, unmöglich, da eben für das Übersinnliche die Erfahrung keine Grundlage bietet.

Dass Kant an der Berechtigung des Rationalismus und damit an der Möglichkeit einer Metaphysik im alten Sinne zu zweifeln begonnen hatte, zeigen deutlich (unter anderem) die "*Träume eines Geistsehers*". Kant benutzte die Auseinandersetzung mit dem schwedischen Theosophen und Geistseher Emanuel Swedenborg (1688-1772), zu der ihn Freunde aufgefordert hatten, zu einer Abrechnung mit den "Träumereien" der dogmatischen Metaphysik. Von beiden sagt er, dass ihre Annahmen zwar denkmöglich sind, dass sie diese Eigenschaft aber mit manchen Wahngebilden der Verrückten teilen. Er zeigt, wie man - sobald man den sicheren Boden der Erfahrung verlässt - auf streng logische Weise zu den seltsamsten und ausgefallensten Sätzen und Systemen gelangen kann. Wie weit Kant von der dogmatischen Metaphysik abgerückt ist, wird deutlich, wenn er zum Beispiel über die Wolffsche Philosophie sagt: "Wenn wir die Luftbaumeister der mancherlei Gedankenwelten betrachten..., denjenigen etwa, welcher die Ordnung der Dinge, so wie sie von Wolffen aus wenig Bauzeug der Erfahrung, aber mehr erschlichenen Begriffen gezimmert... bewohnt, so werden wir uns bei dem Widerspruche ihrer Version gedulden, bis diese Herren ausgeträumt haben." Die ganze Schrift ist in ähnlichem satirischem Ton gehalten: "Der scharfsinnige Hudibras hätte uns allein das Rätsel auflösen können; denn nach seiner Meinung: wenn ein hypochondrischer Wind in den Eingeweiden tobt, so kommt es darauf an, welche Richtung er nimmt, geht er abwärts, so wird daraus ein F-, steift er aber aufwärts, so ist es eine Erscheinung oder eine heilige Eingebung." Aber die Schlüsse, die Kant aus seinen Erörterungen zieht, sind höchst erstaunlich: "Die Metaphysik, in welche ich das Schicksal habe, verliebt zu sein, ob ich mich gleich von ihr nur selten eigener Gunstbezeugungen rühmen kann, leistet zweierlei Vorteile. Der erste ist, denen Aufgaben ein Genüg zu tun, die das forschende Gemüt aufwirft, wenn es verborgenen Eigenschaften der Dinge nachspähet.

Aber hier täuscht der Ausgang nur gar zu oft die Hoffnung." (So auch hier im Falle Swedenborg, den Kant als "Kandidaten des Hospitals" bezeichnet.) "Der andere Vorteil ist der Natur des menschlichen Verstandes mehr angemessen und besteht darin einzusehen, ob die Aufgabe aus demjenigen, was man wissen kann, auch bestimmt sei und welches Verhältnis die Frage zu den Erfahrungsbegriffen haben, darauf sich unsere Urteile allezeit stützen müssen. Insofern ist die Metaphysik eine *Wissenschaft von den Grenzen der menschlichen Vernunft...*" Hier sehen wir, wie Kant von der Metaphysik im alten Sinn endgültig Abschied nimmt - sich nicht ohne Überwindung, da er gesteht, in sie verliebt zu sein - und wie zum ersten Male die neue, die Kantische Bestimmung der Metaphysik ausgesprochen wird: Wissenschaft von den Grenzen der menschlichen Vernunft. Kant führt fort: "Ich habe die Grenze hier zwar nicht genau gestimmt.

Die Grenze zu bestimmen wird fortan Kants Aufgabe. Hie Rationalismus - hie Empirismus! Wer hat recht? Um das zu entscheiden - sagt Kant -, muss ich zuvor etwas tun, was auf wahrhaftkritische Weise noch niemand vor mir unternommen hat: Ich muss die Struktur des ganzen menschlichen Denkapparates untersuchen. Erst wenn ich Klarheit habe, welches die Arbeitsweisen dieses Apparates, die Quellen unserer Erkenntnis, ihr Geltungsgebiet und ihre Grenzen sind, werde ich mit Fug beurteilen können, ob Metaphysik möglich ist und wie sie gegebenenfalls aussehen kann. Vielleicht wird sich dann ergeben, dass von beiden - Rationalismus und Empirismus - keiner recht hat? Oder beide, aber jeder nur in begrenztem Sinne? "Meine Absicht ist, alle diejenigen, so es wert finden, sich mit Metaphysik zu beschäftigen, zu überzeugen: dass es unumgänglich notwendig sei, ihre Arbeit vorderhand auszusetzen, alles bisher Geschehene als ungeschehen zu betrachten, und vor allen Dingen zuerst die Frage aufzuwerfen: "Ob auch so etwas, als Metaphysik, überall nur möglich sein? "Ist sei Wissenschaft, wie kommt es, dass sie sich nicht, wie andere Wissenschaften, in allgemeinen und dauernden Beifall setzen kann? Ist sie keine, wie geht es zu, dass sie doch... den menschlichen Verstand mit niemals erlöschenden, aber nie erfüllten Hoffnungen hinhält? Man mag also entweder über die Natur dieser angemessenen Wissenschaft etwas Sicheres ausgemacht werden; denn mit demselben Fuße kann es mit ihr unmöglich länger bleiben." Dass Kant dieser Aufgabe die nächsten fünfzehn Jahre intensivsten Nachdenkens widmete, zeigt erstens die Schwierigkeit der Aufgabe, zweitens die Gründlichkeit und Geduld, mit der Kant sie bearbeitete, und deutet drittens wiederum schon darauf hin, dass Kant sich offenbar mit keiner der beiden widerstreitenden Richtungen zufriedengeben wollte und konnte. Einen ersten Blick auf die Kantische Lösung der Aufgabe gab die 1770 erschienene Schrift "Über die Formen und Prinzipien der sinnlichen und intelligiblen Welt". Aber es dauerte noch weiter elf Jahre, bis Kant in seinem 57. Lebensjahr die Welt mit der "Kritik der reinen Vernunft" überraschte." (Störig, S.445-447)

# Kant 3: Die Kritik der reinen Vernunft

## 1. Eigenart, Aufbau, Grundbegriffe

"Ich erkuͤhne mich zu sagen, dass nicht eine einzige metaphysische Aufgabe sein muͤsse, die hier nicht aufgelöst oder zu deren Auflösuͤng nicht wenigstens der Schlüssel dargereicht worden."

Von einem Werk, dass mit solchem Anspruch auftritt, werden wir - nach Kant selbst - die Erfuͤllung zweier Forderungen verlangen koͤnnen: unbedingte Gewissheit der Ergebnisse und Deutlichkeit ihrer Darstellung. Das Urteil uͤber das Erstere uͤberlässt Kant der Entscheidung des Lesers und der Nachwelt. Was die Deutlichkeit anbelangt, so sagt Kant, dass er fuͤr die Deutlichkeit durch *Begriffe* hinreichend gesorgt habe. Daneben auch Deutlichkeit durch *Anschauungen*, also durch praktische Beispiele und konkrete Erläuterungen, zu geben war Kant zuerst ebenfalls notwendig erscheinen. "ich sah aber die Größe meiner Aufgabe und die Menge der Gegenstände, womit ich es zu tun haben wuͤrde, gar bald ein; und da ich gewahr ward, dass diese ganz allein im trockenen, bloß scholastischen Vortrage das Werk schon genug ausdehnen wuͤrde, so fand ich es unratsam, es durch Beispiele und Erläuterungen, die nur in populärer Absicht notwendig sind, noch mehr anzuschwellen..."

Kant hat also nur das Gerüst gegeben. Es darzustellen, hat er immerhin ein recht umfangreiches Buch - in der Erstaussage der 2. Auflage 884 Seiten - benötigt. Koͤnnen wir hoffen, den Inhalt auf wenigen Seiten vorzustellen? Das ist voͤllig unmöͤglich. Wir koͤnnen aber versuchen, von folgendem einen ersten Eindruck zu vermitteln: von Eigenart und Aufbau des Werkes, von den drei grundlegenden Fragestellungen, von Kants besonderer Arbeitsmethode, von der Richtung, in die seine Antworten gehen.

Die Hauptwerke Kants gehoͤren nun einmal nicht nur den inhaltsreichsten, sondern auch den schwierigsten der Weltliteratur. Kant war sich der Schwierigkeit wohl bewusst. Er selbst bezeichnet seine "Deduktion der reinen Verstandesbegriffe", das Kernstuͤck der ersten Kritik, als "das Schwerste, das jemals zum Behufe der Metaphysik unternommen werden konnte". Sich gegenüͤber den Schwierigkeiten eindringender Vernunftkritik einfach auf den sogenannten gemeinen Menschenverstand zu berufen - wie es naͤmlich eine schottische Philosophenschule, begründet von Thomas *Reid* (1710-1796), gegen Hume getan hatte - ist "beim Lichte besehen... nichts anderes, als eine Berufung auf das Urteil der Menge; ein Zuklatschen, uͤber das der Philosoph erröͤtet". Dem gemeinen Menschenverstand lässt Kant durchaus sein Recht, aber "Meißel und Schlägel koͤnnen ganz wohl dazu dienen, ein Stuͤck Zimmerholz zu bearbeiten, aber zum Kupferstechen muss man die Radiernadel benutzen".

Dem Leser, der Kant studieren will, darf gesagt werden, zur Vorbereitung zuͤnächst noch eine ausfuͤhrlichere Einfuͤhrung zu lese, als sie hier gegeben werden kann, und auch dann noch nicht mit der Lektuͤre der Kritiken zu beginnen, sondern zum Einlesen in die Sprache Kants eine der leichteren vorkritischen Schriften zu lesen, zur Einfuͤhrung in die Gedankenwelt der "Kritik" die "*Prolegomena*", die von Kant selbst als eine vereinfachte und verkürzte Darstellung der Hauptgedanken der "Kritik der reinen Vernunft" besteht außer Vorrede und Einleitung aus zwei Hauptteilen: der transzendentalen Elementarlehre, die den uͤberwiegenden Teil des Buches ausmacht, und der transzendentalen Methodenlehre. Die Elementarlehre hat wiederum zwei Teile: die transzendente Ästhetik behandelt das Vermöͤgen der Sinnlichkeit; die transzendente Logik das Vermöͤgen des Denkens. Die Logik hat auch wieder zwei Teile: die transzendente Analytik behandelt den Verstand, die transzendente Dialektik die Vernunft.



Wir wollen gleich an dieser Stelle versuchen, die hier gebrauchten Begriffe und einige weiter zu erklären. Wir können dabei dem Gedankengang von Kants eigener Einleitung folgen.

"Kritik" bedeutet hier nicht wie heute "kritisieren", im Sinne von beurteilen, sondern Durchleuchtung, Überprüfung, Grenzbestimmung.

Alle Erkenntnis fängt mit der Erfahrung an. Diesen Satz der Empiristen stellt Kant an den Anfang. Wie sollten wir etwas erkennen, wenn nicht Gegenstände an unsere Sinne rühren und unsere Verstandestätigkeit in Bewegung bringen? *Zeitlich* geht Erfahrung jeder Erkenntnis voraus. Aber damit ist nicht gesagt, dass alle Erkenntnis aus der Erfahrung entspringt. Es könnte ja sein, dass das, was wir Erfahrung nennen, selbst schon ein Zusammengesetztes wäre, zusammengesetzt aus den von außen kommenden Eindrücken und etwas, was wir selbst hinzufügen. Eine kritische Analyse muss beide Faktoren isolieren. Es muss untersucht werden, ob es etwas gibt, das wir vor aller Erfahrung, das heißt *a priori* (von vornherein) besitzen. Empirische Erkenntnis ist immer *a posteriori* (im Nachhinein, hinterher - eben aus der Erfahrung) gewonnen. *Rein* heißt eine Erkenntnis *a priori*, wenn ihr gar nichts Empirisches beigemischt ist.

Worin können wir eine solche reine Erkenntnis von einer empirischen unterscheiden? Es gibt zwei untrügliche Kennzeichen: *Notwendigkeit* und strenge *Allgemeinheit*. Erfahrung allein kann nie strenge Notwendigkeit geben. Erfahrung lehrt stets nur (wie nämlich Hume gezeigt hat), dass etwas so oder so beschaffen ist, nicht, dass es notwendig so beschaffen sein müsse. Erfahrung kann ihren Sätzen auch keine strenge Allgemeinheit verleihen. Wir können mit ihr nie über eine relative, vergleichsweise Allgemeinheit hinauskommen, wir können jeweils nur sagen: Soweit wir bisher beobachten konnten, gibt es von dem und dem Satz keine Ausnahme. Tritt also ein Satz mit unbedingter Notwendigkeit und strenger Allgemeinheit auf, so muss er apriorischen Ursprungs sein. Das gilt zum Beispiel für den Satz: Jede Veränderung muss eine Ursache haben. Hume hatte gezeigt, dass der Satz als notwendiger und allgemeiner nicht aus der Erfahrung stammen kann. Er hatte gefolgert: also ist der Satz nicht notwendig und allgemein, sondern nur ein Produkt der Gewöhnung. Kant schließt: der Satz *ist* notwendig und allgemein, aber er kann dann eben nicht aus der Erfahrung stammen!

Grundlegend für alles Weitere ist nun die Unterscheidung zwischen *analytischen* und *synthetischen Urteilen*. Urteil ist die logische Verbindung eines Subjekts mit einem Prädikat. Analytisch heißt "auflösend", "zergliedernd". Wenn ich sage: Alle Körper sind ausgedehnt, oder Die Kugel ist rund, so spreche ich im Prädikat nur etwas aus, was schon im Begriff des Subjekts enthalten ist, denn der Begriff "Körper" enthält das Merkmal "ausgedehnt", der Begriff "Kugel" das Merkmal "rund". Das sind analytische Urteile. - Synthetisch heißt "verbindend", "zusammensetzend". Wenn ich sage: Die(se) Kugel ist golden, so füge ich damit dem Begriff "Kugel" etwas hinzu, was in ihm keineswegs schon enthalten ist - denn eine Kugel braucht durchaus nicht golden zu sein. Was ich hier hinzufüge - das Merkmal der goldenen Farbe -, stammt aus der Erfahrung. Wenn ich mich nicht durch Wahrnehmung überzeugt habe, dass die Kugel golden ist, kann ich das Urteil nicht abgeben.

Das würde bedeuten, dass ich synthetische Urteile nur *a posteriori*, aus der Erfahrung, bilden könnte. Ein so gebildetes Urteil ist natürlich dann keineswegs allgemein und notwendig. Wie ist es nun aber mit einem allgemeinen Satz, wie etwa: Jede Veränderung hat eine Ursache? Die Erfahrung würde, wie schon gezeigt, mich niemals berechtigen, ihn als allgemein und notwendig aufzustellen. Der Satz ist synthetisch - denn ich kann den Begriff der Veränderung zergliedern so weit ich will, ich finde nur ein Anderswerden in der Zeit, aber kein Moment der notwendigen Verknüpfung mit einer Ursache. Und der Satz ist allgemein und notwendig. Also gibt es doch synthetische Urteile *a priori*? Ja! Antwortet Kant. Näheres Zusehen zeigt, dass sowohl der gemeine Verstand wie die Wissenschaften solche synthetischen Urteile *a priori* in Fülle enthalten. Zunächst sind (erstens) die *mathematischen* Urteile synthetisch. Kant wählt dafür ein ganz einfaches Beispiel: Der Satz  $7 + 5 = 12$  ist ein apriorischer, denn er gilt notwendig und ohne Ausnahme. Ist er analytisch? Das heißt: liegt der Begriff "12" schon im

Begriff der Summe von sieben und 5? Kant sagt: Nein. Das wird klarer, wenn ich an die Summe größerer Zahlen denke. Ich kann aus der bloßen Vorstellung der Summe von 7654 und 3647 niemals das richtige Ergebnis gewinnen, solange ich nicht die Anschauung zu Hilfe nehme, als rechne, und das heißt zähle. Sehr merkwürdig ist dabei, dass der Satz nicht ohne Hilfe der Anschauung zustande kommt, trotzdem aber a priori, das heißt unabhängig von aller Erfahrung sein soll. Möglich wäre das nur, wenn es so etwas wie eine *reine*, erfahrungsfreie Anschauung geben würde. - Ähnliches gilt für andere Sätze der reinen Mathematik. Auch (zweitens) die *Naturwissenschaften* enthalten synthetische Sätze a priori. Auch (drittens) die *Metaphysik* sollte zum Mindesten, da sie ja Erkenntnis über die Erfahrung hinaus geben will, aus solchen Sätzen bestehen. Damit stehen wir vor der Hauptfrage der Kritik der reinen Vernunft: *Wie sind synthetische Sätze a priori möglich?*

Sie schließt, da Mathematik, Naturwissenschaften und Metaphysik solche Sätze enthalten, die Unterfrage ein:

- Wie ist reine Mathematik möglich?
- Wie ist reine Naturwissenschaft möglich?
- Wie ist Metaphysik - jedenfalls wenn sie Wissenschaft heißen will - möglich?

Diese Fragen zu beantworten ist Aufgabe der besonderen Wissenschaft, die Kant nun "Kritik der reinen Vernunft" nennt. *Reine Vernunft* ist eben diejenige, welche die Prinzipien, etwa a priori zu erkennen, in sich enthält. *Kritik* nennt Kant sein Buch, weil es nicht ein vollständiges System der reinen Vernunft bieten soll, sondern bloß eine kritische Beurteilung der reinen Vernunft, ihrer Quellen und Grenzen. Soviel zur Problemstellung und zum Titel des Werkes. Um die oben angeführte Gliederung zu verstehen, müssen wir uns noch den Sinn der dort verwendeten Begriffe vergegenwärtigen. *Transzendental* nennt Kant "alle Erkenntnis, die sich nicht sowohl mit Gegenständen, sondern mit unserer Erkenntnisart von Gegenständen, sofern diese a priori möglich sein soll, überhaupt beschäftigt". Transzendental-Philosophie ist also ein System aller Prinzipien der reinen Vernunft. Transzendental (nicht zu verwechseln mit dem schillernden Begriff "transzendent") bedeutet aber nicht etwas "jenseits der Erfahrung", "über alles Erfahrbare hinausreichend", sondern "jeglicher Erfahrung vorausgehend, sie erst ermöglichend".

Die Einteilung in Ästhetik und Logik beruht einfach darauf, dass es zwei Quellen der menschlichen Erkenntnis gibt: die sinnliche Wahrnehmung und den Verstand. Beide sind daraufhin zu untersuchen, inwieweit sie Elemente a priori in sich enthalten, und zwar die Sinnlichkeit, durch die uns die Gegenstände gegeben werden, vor dem Verstand, durch den sie gedacht werden. Ästhetik nennt Kant den Teil, der die Sinnlichkeit betrifft, nach dem ursprünglichen Sinn dieses Wortes, welcher nicht wie heute gebräuchlich "Lehre vom Schönen" ist, sondern "Lehre von den sinnlichen Empfindungen". (Störig, S.451-452)

# Philosophie des Raumes und der Zeit

Ich lasse zunächst zwei Abschnitte zu den Stichpunkten „Raum“ und „Zeit“ aus der „Einführung in die Philosophie“ von Arno Anzenbacher folgen.

## Der Raum

"In welche Schwierigkeiten unsere alltägliche Raumvorstellung gerät, zeigt Albert Einstein mit dem treffenden Bild der Schachtel:

*"Bisher ist unser Raumbegriff an die Schachtel gebunden. Es erweist sich aber, dass die den Schachtel-Raum konstituierenden Lagerungsmöglichkeiten davon unabhängig sind, wie dick die Schachtelwände sind. Kann man diese Dicke nicht auf Null herabsinken lassen, ohne dass dabei der "Raum" verlorengeht? Die Natürlichkeit eines solchen Grenzprozesses ist einleuchtend, und nun besteht für unser Denken der Raum ohne Schachtel, ein selbständiges Ding, das doch also so unwirklich erscheint, wenn man die Herkunft dieses Begriffs vergisst. Man versteht, dass es Descartes widerstrebt hat, den Raum als ein Ding zu betrachten, unabhängig von körperlichen Objekten, das ohne Material existieren könne (...). Die Arten, wie Körper im Raume (Schachtel) gelagert werden können, sind der Gegenstand der dreidimensionalen euklidischen Geometrie, deren axiomatischer Aufbau leicht darüber täuscht, dass sie sich auf erlebbare Situationen bezieht. Wenn nun in der oben skizzierten Weise, anschließend an Erfahrungen über das "Ausfüllen" der Schachtel, der Begriff Raum gebildet ist, so ist dies zunächst ein begrenzter Raum. Diese Begrenztheit erscheint aber unwesentlich, weil man anscheinend stets eine größere Schachtel einführen kann, welche die kleinere umschließt. Der Raum erscheint so als etwas Unbegrenztes."* (Einstein, 87f.)

Der Text enthält die meisten Aporien (Ausweglosigkeiten) des alltäglichen Raumbegriffs. Die erste umfassende und bis heute naturphilosophisch bedeutsame Kritik einer solchen Raumvorstellung stammt von Aristoteles. Wir wollen auf dessen zentrale Überlegungen eingehen:

Die Vorstellung des Schachtel Raumes als Lagerungsstätte von Körpern führt in folgende Aporie: Der Schachtel-Raum wird zu einem ausgedehnten Ding, also zu einem Körper, *in dem* sich Körper befinden. Der Körper ist dann im Raum wie der Hut in der Schachtel. Der Unterschied von Körper und Raum wird damit nicht erklärt. Vielmehr gelangen wir zur Vorstellung eines denkbar schwindsüchtigen Schachtel-Raum-Körpers. Aristoteles formuliert es so:

*"Wie sollen wir den Raum auffassen? Er kann weder Element sein, noch aus Elementen (zusammengesetzt) bei diesem seinem Wesen, weder körperlich noch unkörperlich. Denn er hat Größe, aber keine Masse. Die Elemente der wahrnehmbaren Körper haben Masse, aber aus bloß Gedachtem entsteht keine Größe. Und weiter. Welche Eigenschaften der Dinge sollen wir auf den Raum zurückführen? Keine der vier Ursachenarten können wir ihm ja zubilligen. Denn er ist weder die Materie der Dinge, weil nichts aus ihm besteht, noch Form und Begriff, noch Ziel, noch Bewegungsantrieb (...)." (Phys. IV, 1, 290a)*

Er sucht nun das Problem von der Kategorie des *Ortes* her zu erklären. Der Ort eines Körpers ist "die Grenze des umschließenden Körpers". Der Ort wird als bestimmt durch die *Koextensivität* der Körper, also durch das Aneinandergrenzen bzw. das Etwas-außer-sich-Haben der Körper. Dabei ist "Grenze" ein negativer Begriff. Positiv wirklich ist der Körper,

nur er kann Eigenschaften haben und nur er ist ausgedehnt. Die Grenze ist das Nicht dieses Körpers am anderen Körper, an den er "grenzt".

*Das zeigt sich auch darin, dass die Grenzen der Körper nur als Flächen gedacht werden können. Eine Fläche (geometrisch: etwas Zweidimensionales) ist aber kein Körper. Wir können es auch so sagen: Wirklich ist immer nur der Körper. Sein Ort ist eine negative Bestimmung.*

Aristoteles zeigt also von der Ortskategorie her, dass *zwischen Körper und Raum ein dialektisches Verhältnis besteht*. Positiv-wirklich ist nur der Körper. Zugleich ist es aber die Bestimmung des Körpers, *etwas außer sich zu haben*, also begrenzt zu sein. Alle Extensivität ist koextensiv. Der Körper ist, was er ist, nur, sofern er nicht das ist, was er außer sich hat. Der Raumbegriff bildet sich also *negativ am Körper*. Der Raum ist die Koextensivität der Orte. Er ist nicht außer den Körpern, kein Schachtel-Raum-Körper, der irgendwelche Eigenschaften hat. "Der Körper ist etwas Begrenztes, d.h. es ist nichts denkbar, das nicht etwas außer sich hat. Dieses Etwas, das etwas außer sich hat, ist der Körper "im" Raum" (G. Schwarz, 118 ). Aristoteles drückt das so aus: "So scheint er (der Raum) immer das Ding, das irgendwo ist, sowohl selbst zu sein, als auch zugleich etwas anderes außer ihm." (209b) Nach Hegel ist der Raum die abstrakte Allgemeinheit des Außersichseins der Natur. Enzyk. § 254).

Damit wird zugleich die Vorstellung des *Leeren* als eines Etwas zerstört:

*Da wir über den Raum schon gesprochen haben, und das Leere ein Raum sein muss, der vom Körper entblößt ist, und da wir schon wissen, wieso der Raum etwas ist, und nicht ist, so ist klar, dass es das Leere in diesem Sinne nicht geben kann, weder unterschieden noch ununterschieden. Denn das Leere möchte hier gern, ohne Körper zu sein, Ausdehnung eines Körpers sein. (214a)*

Da aber Ausdehnung nur einem Körper zukommt, kann das Leere nicht ausgedehnt sein. Das Leere zwischen den Körpern muss also selbst Körper sein. Aristoteles sprach insofern von der Luft und dem Äther (Äthertheorie), die moderne Physik vom Feld. Daraus folgt für den Stagiriten: Das Weltall ist nur denkbar als ein Kontinuum koextensiver Körper. Ist dieses Raumkontinuum endlich oder unendlich? Aristoteles versucht diese Frage so zu lösen, dass er das mathematische Modell der Zahlenreihe auf das Weltall anwendet: Weil es keine aktuell unendliche Zahl geben kann, kann das Kontinuum der koextensiven Körper nicht unendlich sein. Das Weltall ist also endlich. Aber gibt es nicht außerhalb des Weltalls einen leeren Raum als Ort des Weltalls? Nein. "Nur ein Körper (...), der einen anderen als Grenze außer sich hat, ist im Raume, wer das nicht hat, nicht." (212a) Von einem Ort des endlichen Weltalls zu sprechen, ist absurd. Es ist endlich, hat aber keine Grenze.

Dabei ist zu beachten, dass Aristoteles zu diesem Ergebnis nur kommt, weil er ein mathematisches Modell verwendet. Die naturphilosophische Tradition des Platonismus nimmt sehr wohl die mögliche Aktualität eines Unendlichen an. Kant sieht zwischen beiden Thesen eine prinzipielle Antinomie, die theoretisch unlösbar ist.

Bei der naturwissenschaftlichen Diskussion um die "Wirklichkeit" endlicher, aber unbegrenzter nicht-euklidischer oder unendlicher, unbegrenzter euklidischer Räume ist zu beachten, dass in beiden Fällen mathematische (geometrische) Modellkonstruktionen auf die Natur angewendet werden. Empirisch ist die Frage nicht lösbar. Denn die wissenschaftliche Empirie hängt selbst von der Modellkonstruktion ab, die vorausgesetzt wird." (Arno Anzenbacher: "Einführung in die Philosophie", S.87-89)

## Die Zeit

*"Was also ist die Zeit? Wenn mich niemand danach fragt, dann weiß ich es; soll ich es aber einem Frager klarmachen, dann weiß ich es nicht; trotzdem aber behaupte ich voll Selbstvertrauen, ich wüsste, dass es keine Vergangenheit gäbe, wenn die Zeit nicht ablaufen, und keine Zukunft, wenn nichts herankäme, und keine Gegenwart, wenn nichts gegenwärtig wäre." (Augustinus, Conf. XI, 14)*

Ging es in der Raumproblematik primär um den Aspekt der Ausdehnung des materiell Seienden, so in der Zeitproblematik um den der Bewegung. Dabei hängt beides engstens zusammen: Die Raumproblematik als negative Bestimmung des Körpers entsteht ja gerade dadurch, dass die Koextensivität der Körper veränderlich ist, d.h. dass die Körper sich bewegen. Die Dialektik von Körper und Raum zeigt sich gerade in der Bewegung, in welcher der Körper, seinen Ort ändert".

Nach Aristoteles ist die Zeit "Zahl der Bewegung im Sinne des Früher und Später". Was ist damit gemeint? Zunächst: Ohne Bewegung gibt es keine Zeit. Wir können die Bewegung den Materialaspekt der Zeit nennen. Was aber soll die Zahl?

*"Man könnte sich streiten, ob auch dann Zeit sei, wenn es kein Bewusstsein und keine Seele gäbe. Denn wo keiner zählen kann, kann auch nichts Abzählbares sein, folglich auch keine Zahl." (Phys. IV, 223a)*

Zum Materialaspekt der Zeit ist also auch ein Formalaspekt erforderlich. Zeit ist nicht nur Bewegung. Dieser Formalaspekt liegt aber im Bewusstsein, in der "zählenden Seele". Sie behält den vergangenen Ablauf im Griff und erwartet den weiteren Ablauf. Ohne Subjekt gibt es keine Zeit. Ohne Subjekt ergibt sich folgende Aporie:

*"Dass die Zeit entweder überhaupt kein Dasein hat oder doch nur kaum oder verschwommen, kann man aus folgendem vermuten. Ihr einer Teil ist vergangen, und jetzt nicht mehr, der andere soll erst kommen und ist noch nicht. Aus diesen beiden aber besteht die Zeit. (...) was aber Teile hat, die nicht da sind, das kann, so scheint es, unmöglich selber am Dasein Anteil haben. Auch müssten bei allem Teilbaren, wenn und so lange es da ist, entweder alle oder einige Teile auch da sein. Bei der Zeit jedoch ist der eine gewesen, der andere soll kommen, aber keiner ist da, während sie doch teilbar ist." (Phys. IV, 217b-218a)*

Berühmt wurde die Auflösung dieser Aporie durch Augustinus:

*"So lässt sich denn mit aller Klarheit feststellen, es gibt weder eine Zukunft noch eine Vergangenheit, und man kann nicht im eigentlichen Sinne behaupten, es gäbe drei Zeiten, nämlich Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft; es ließe sich höchstens sagen, es gebe drei Zeiten, nämlich die Gegenwart der Vergangenheit, die Gegenwart der Gegenwart und die des Zukünftigen. Diese drei haben gewissermaßen in der Seele ihr Sein, und anderswo kann ich sie nicht sehen. Am Vergangenen ist das Erinnern gegenwärtig, am Gegenwärtigen das unmittelbare Schauen, am Zukünftigen das Erwarten." (Conf. XI, 20)*

Zeit wird hier also vom "zeitigen" Subjekt her verstanden. Sie ist "das angeschaute Werden" (Hegel, Enzyk. § 258 ). Besonders Kant, Husserl und Heidegger zeigen, dass es ohne diesen ichphilosophischen Formalaspekt keinen Zeitbegriff geben kann.

Aber auch der Materialaspekt bringt Probleme. Genügt es, wenn Aristoteles die Bewegung als Materialaspekt der Zeit bestimmt? Die Bewegung (z.B. Ortsbewegung) ist Erscheinung

(Akzidens) am ihr zugrundeliegenden, substantialdauernden Körper, Ausdruck seiner agierenden und reagierenden Aktivität. Der Materialaspekt, an dem das menschliche Subjekt sein erinnerndes, anschauendes und erwartendes Vergegenwärtigen vollzieht, umfasst die ganze Dynamik der Bewegung und Veränderung der Seienden. Diese Dynamik des Agierens und Reagierens der Seienden gründet letztlich in den substantialen Formen. "Die Formen der Dinge lassen die Zeit in Erscheinung treten." (Augustinus, Conf. XII, 29) Die ganze, vielfältige Dynamik der Veränderung, die den Materialaspekt der Zeit ausmacht, ist Ausdruck, Erscheinung, Auslegung des substantialen Seins der Körper. An dieser Dynamik (Materialaspekt) "zeigt" das Subjekt (Formalaspekt) die Zeit.

Eine leere Zeit kann es ebenso wenig geben, wie einen leeren Raum. Ohne die im Dauern der materiellen Substanzen gründende Dynamik der Veränderung gibt es keine Zeit. So gibt es keine Zeit, bevor es Körper gibt oder wenn es keine Körper mehr gibt. Es gibt keine Zeit vor oder nach der Zeit. Auf die Frage, was Gott vor der Erschaffung von Himmel und Erde getan habe, antwortet Augustinus ironisch, Gott habe Höllenschlünde für jede geschaffen, die so unsinnige Fragen stellen (Conf. XI, 12).

Die Frage nach der Endlichkeit oder Unendlichkeit dieser Dynamik ("der Zeit") scheint philosophisch ebenso unentscheidbar zu sein, wie jene nach der Endlichkeit oder Unendlichkeit des Raumes. Aristoteles suchte die Unendlichkeit der Zeit zu beweisen, Thomas hielt das Problem für philosophisch unlösbar, bei Kant führt es in die Antinomie.

Wie das Raumproblem geriet auch das Zeitproblem in die Einseitigkeit der mathematischen Modellkonstruktion. Diese Tendenz liegt schon bei Aristoteles vor, wenn er die Zeit als Zahl der Bewegung und die Bewegung als Ortsbewegung fasst.

*"Da die Zeit das Maß der Bewegung ist und des Bewegens und da sie die Bewegung dadurch messen kann, dass eine bestimmte Bewegung abgegrenzt ist, die als Maß für die ganze gebraucht wird, so wie auch eine Elle eine Länge ausmisst, weil sie abgegrenzt ist als eine bestimmte Länge, die die ganze Länge messen soll, so bedeutet für die Bewegung ihr Sein in der Zeit, dass sie durch die Zeit gemessen wird, sie selbst und ihre Dauer." (221a)*

Im Grunde werden in diesem Text Zeit und Ortsbewegung identisch. Vom Formalaspekt der Zeit wird abgesehen und die vielfältige Dynamik auf die leicht messbare (mathematisierte) Ortsbewegung reduziert. Dieses Zusammenfallen von Zeit und Ortsbewegung verkürzt zwar entscheidend das philosophische Zeitproblem, es ist aber praktisch und nützlich. Wir kennen es von einem ganz alltäglichen Beispiel her, von der Uhr: An ihr ist Zeit einfach Bewegung, wobei eine bestimmte Bewegung als Zeitmaß festgesetzt wird. Dieses Maß ist durch den Raum begrenzt (Zifferblatt). An der Uhr zeigt sich das Modell der Verräumlichung der Zeit als Ortsbewegung.

Die Wissenschaften arbeiten mit Modellen dieser Art. Sie konstruieren einen geometrischen Raum als Koordinatensystem mit einem Nullpunkt und können dann Abstände, Kräfte als Bewegungsimpulse und Geschwindigkeiten exakt messen. So nützlich, praktisch und brauchbar das ist, so wenig sollte man vergessen, dass damit das philosophische Zeitproblem in einer Modellkonstruktion aufgelöst ist, ganz gleichgültig, ob es sich dabei um die Mechanik Newtons oder um die Relativitätstheorie Einsteins handelt.

*"Die Bewegung als Ortsveränderung hat den Raum verkörperlicht (Schachtel-Raum-Körper) und unterliegt den Zenonschen Aporien, die heute "exakt mit Hilfe der Infinitesimalrechnung bewältigt werden. Um nun die Bewegung praktisch allgemein definieren zu können, ist es notwendig, einen bestimmten Ort absolut zu setzen, indem er einfach als der Ort definiert wird, von dem aus gesehen alle anderen Orte abstandsmäßig definiert werden können. Dieser*

*absolute Ort - eine Setzung des Verstandes - wurde von Newton "absoluter Raum" genannt und bedeutet, dass jede Mechanik einen bestimmten konstruktiv definierten Nullpunkt des Koordinatensystems braucht, um Relationen aufstellen zu können. Hat man einen Nullpunkt definiert, kann man die Abstandsänderung vom Nullpunkt, wenn man jeden Ort durch vier Koordinaten definiert, als Bewegung exakt bestimmen. Das heißt, man misst die Veränderung des Ortes im Koordinatensystem in einer bestimmten Zeit. Die Zeit muss nun ebenfalls in Bezug auf den Nullpunkt oder den absoluten Raum als absolut definiert werden, sonst kann man keine Bewegung messen. Die Absolutheitsdefinition geschieht analog der des Raumes. Setzt man einen gewissen Punkt als Null - das heißt als unbewegt - an, so muss man zur Definition der Zeit dazu einen bestimmten Punkt als bewegt ansetzen. Dabei muss eine Bewegung als absolut definiert werden und zu ihr alle anderen relativ vergleichen. Jede Messung sowohl einer Länge, als auch einer Bewegung ist eine solche Absolutheitsdefinition, da der Maßstab selbst ja nicht gemessen werden kann. Da sich aber verschiedene Maßstäbe gegenseitig relativieren, was außerordentlich unpraktisch ist, ging man bald dazu über, die absolute Raumzeit, also eine absolute Bewegung einheitlich zu definieren. Der Fortschritt des Modells machte es notwendig, diese absolute Raumzeit gelegentlich neu zu definieren, weil die alten Definitionen oft nur sehr unverständlich und widersprüchlich in neue Formalismen hineinpassten. Mit jeder neuen Definition der absoluten Raumzeit änderten sich natürlich die "Raum- und Zeit-Vorstellungen" derer, die den konstruktiven Charakter des aristotelisch-Newtonschen Modells nicht durchschauten.“ (G.Schwarz, 183f.) (Arno Anzenbacher: "Einführung in die Philosophie", S.89-91)*

## **Die Transzendente Ästhetik bei Kant**

Ich lasse nun zunächst den zweiten Abschnitt aus dem dritten Teil des Kant-Kapitels aus dem Werk „Kleine Weltgeschichte der Philosophie“ von Hans Joachim Störig folgen:

"Dieser Titel (Transzendente Ästhetik) bedeutet also: Transzendente Untersuchung des Vermögens der Sinneserkenntnis. Sinnlichkeit ist das in uns liegende Vermögen, von etwas, das von außen auf uns einwirkt, beeindruckt (affiziert) zu werden. Die Sinne, und nur sie allein, liefern uns *Anschauungen*, das heißt unmittelbare Vorstellungen einzelner Gegenstände. Auf den ersten Blick scheint eine solche Einzelvorstellung, sagen wir einer Rose, das nicht weiter analysierbare Letzte zu sein, auf das wir bei der Zergliederung unseres Erkenntnisprozesses stoßen können. Kritische Untersuchung zeigt, dass das keinesfalls so ist, dass vielmehr an ihrem Zustandekommen schon zweierlei beteiligt ist: Wir haben verschiedene Sinne. Der Geruchssinn vermittelt in unserem Beispiel einen bestimmten Duft, Gesicht und Tastsinn eine bestimmte Form und Farbe des Gegenstandes. Die Sinne liefern uns nur *Empfindungen*, die als solche gewissermaßen nur den Rohstoff, die Materie, abgeben zur Vorstellung "Rose". Es ist noch etwas in uns, das die Empfindungen erst *ordnet*, und zwar in ganz bestimmter Weise ordnet: in eine räumliche und zeitliche Einheit. Die Einzelvorstellung ist also nicht bloß Stoff, sondern bereits geformter Stoff. Dasjenige in uns, was diese Ordnung bewirkt, kann nicht selbst wieder aus der Empfindung stammen.“ (Hans Joachim Störig: Kleine Weltgeschichte der Philosophie, S.452-453)

## Der Raum

„Von allem Empirischen kann ich, wenn ich will, absehen (abstrahieren). Ich kann von der Rose je nachdem ihren Geruch, ihre Farbe oder anderes wegdenken. Von einem aber kann ich nicht absehen, ohne die Vorstellung selbst zunichte zu machen: von der Ausgedehntheit im Raum. Die Raumvorstellung ist a priori. Raum ist demnach nichts anderes als die Form, in der uns alle Erscheinungen der äußeren Sinne gegeben werden. Er haftet nicht an den Gegenständen selbst. Wir sind es, die die Raumvorstellung an die "Dinge" herantragen. Der Sinnesapparat des Menschen ist so organisiert, dass alles, was wir überhaupt wahrnehmen, uns in der Form des Nebeneinanders im Raum erscheinen muss. Erscheinen! Wenn die Sinne Empfindungen liefern, so muss allerdings wohl etwas vorhanden sein, das von außen auf sie einwirkt. Mehr lässt sich aber über dieses äußere Etwas gar nicht sagen. Die Schranke, die mir dadurch gezogen ist, dass dieses Äußere mir immer nur in der Form "erscheint", wie sie mir meine Sinne zuleiten, kann ich niemals überspringen. Von dem, was hinter der Erscheinung steht, vom *ding an sich* (Noumenon nennt es Kant auch) kann ich nichts wissen. Mit dieser Einschränkung jedoch - das heißt die Dinge als Erscheinung für uns genommen, und anders sind sie uns nie zugänglich - ist die Raumvorstellung im strengsten Sinne allgemein und notwendig. Alle Menschen haben die gleiche Struktur der Sinnlichkeit; alle Menschen (wie es bei anderen Lebewesen ist, wissen wir nicht) kann, was immer ihnen erscheint, nur in der Form des Raumes erscheinen. In diesem Sinne kann Kant sagen: "Der Raum hat empirische Realität", das heißt, er hat objektive Gültigkeit für alles, was uns jemals als äußerer Gegenstand erscheinen kann. Ob die Dinge an sich im Raume sind - wir können es nicht wissen. Deshalb kann Kant fortfahren - ohne dass es einen Widerspruch zum Vorherigen bedeutet - "Der Raum hat transzendente Idealität", das heißt, der Raum ist ein Nichts, sobald wie die Bedingung der Möglichkeit aller Erfahrungen weglassen. Der Raum ist mithin die reine apriorische Anschauungsform unseres äußeren Sinnes.“ (Hans Joachim Störig: Kleine Weltgeschichte der Philosophie, S.453)

## Die Zeit

"Wie der Raum ist uns auch die Zeit a priori gegeben. Die Zeit ist die reine Form unseres inneren Sinnes, des Anschauens unserer selbst und unserer inneren Zustände. Wir beobachten in uns die verschiedenartigen Gemütszustände - Gefühle, Willensregungen, Vorstellungen. So verschieden sie aber untereinander sind, eines haben sie alle gemeinsam: Sie verlaufen in *der Zeit*. Die Zeit stammt nicht aus einem von ihnen, sondern sie ist die Bedingung, ohne die wir überhaupt keine Erfahrung von ihnen haben könnten. Die Zeit ist allgemein und notwendig, sie ist die a priori gegebene Form unserer inneren Anschauung.

Nun ist aber auch alles Äußere uns nur in der Form von Vorstellungen in uns gegeben. Und da die Zeit die notwendige Form unseres Vorstellens ist, ist sie damit nicht nur Form *inneren* Anschauung (so wie der Raum die Form der äußeren), sonder unserer Anschauung schlechthin. "Alle Erscheinungen überhaupt... sind in der Zeit und stehen notwendiger Weise in Verhältnissen der Zeit."

Auch die Zeit hat empirische Realität, das heißt absolute Gültigkeit für alle Dinge als Erscheinungen (äußere und innere), und sie hat transzendente Idealität, das heißt, den Dingen an sich kommt sie nicht zu." (Hans Joachim Störig: Kleine Weltgeschichte der Philosophie, S.454)



## Die Möglichkeit der Mathematik

"Darauf, dass Raum und Zeit als apriorische Formen in uns selbst liegen, beruht die Möglichkeit der Mathematik. Denn die Mathematik hat es nur mit Raum- und Zeitbestimmungen zu tun.

Die *Geometrie* behandelt räumliche Verhältnisse. Sie lehrt zum Beispiel, dass die gerade Linie die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten sei. Das ist ein synthetischer Satz, denn die Zergliederung des Begriffs der Geraden ergibt nur eben diese Qualität und nichts von Größe. Ich muss die Anschauung zu Hilfe nehmen. Aber ich brauche nicht auf die Erfahrung zu warten! Denn ich habe ja von vornherein - a priori - die Raumvorstellung in mir. Sie ermöglicht mir, dieses synthetische Urteil a priori zu bilden. Und wie ich hat jeder andere Mensch die gleiche Form räumlicher Anschauung in sich. Darauf beruht die Allgemeinheit und Notwendigkeit, die die Sätze der Geometrie auszeichnen.

Die *Arithmetik* rechnet. Alles Rechnen ist aber im Grunde Zählen, das heißt, es beruht auf Aufeinanderfolge in der Zeit. Da ich die Zeit als reine Form der Sinnlichkeit in mir selbst habe, und ebenso alle Menschen, kann auch die Arithmetik ohne Zuhilfenahme der Erfahrung rein auf Grund der inneren Zeitanschauung Sätze von allgemeiner und notwendiger Geltung aufstellen.

Die erste Frage der Kritik: Wie ist reine Mathematik möglich? ist damit beantwortet." (Hans Joachim Störig: Kleine Weltgeschichte der Philosophie, S.454-455)

## Aphorismen zur Philosophie des Raumes und der Zeit

Raum ist das Vermögen des Nebeneinanders aller Dinge, und Zeit ist das Vermögen des Nacheinanders aller Dinge.

Der Raum "ist", die Zeit "wird".

Die Dinge "sind" im Raum, und "werden" in der Zeit.

Das Sein ist in den Raumesweiten, das Werden im Zeitenstrom. (Rudolf Steiner)

Der Raum ist ein Medium.

Die Zeit fließt.

Time is flowing.

Tempus fluat.

Chronos rei.

Die Zeit ist eine Substanz.

Die Zeit kommt immer von oben, und fließt nach unten.

Die Zeit kommt immer aus der Zukunft, und fließt in die Vergangenheit.

Die Zeit ist eine Uhr ohne Zeiger.

Raum und Zeit sind die beiden Formen der Anschauung.

Raum ist die Form der äußeren Anschauung, und Zeit ist die Form der Inneren Anschauung.

Raum und Zeit sind aber auch Kategorien des Denkens.

Raum und Zeit sind Unterkategorien der Kategorie „Relation“.

Der Raum ist unendlich metamorph.

Die Form an sich ist unendlich metamorph.

Der Raum ist unendliche metamorph, weil die Form an sich unendlich metamorph ist.

Im Unendlichen sind sich alle Formen gleich.

Die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten im Raum ist immer eine Kurve.

Es gibt keine Relativität der Gleichzeitigkeit. Es gibt aber eine Relativität der Ortszeiten.

### **Objektive und subjektive Zeit**

Ich persönlich unterscheide eine objektive Zeit (die mit den Uhren gemessen wird) und eine subjektive Zeit. Als Drittes gibt es dann noch die Ewigkeit, die reine Dauer

Geistige Welt Geschichtsbild	Geist	Ewigkeit, Zeitlosigkeit, Welt zeitloser Imaginationen
Seelische Welt	Seele	subjektive, innere, empfundene Zeit
Physische Welt	Körper	objektive, äußere, gemessene Zeit

Und genau in diesem Sinne gibt es auch einen objektiven Raum und einen subjektiven Raum..

# Philosophie der Mathematik

Ich lasse nun zunächst eine im Internet veröffentlichte Arbeit des Schweizer Gerald Walti folgen mit dem Titel: „Eine Einführung in die Philosophie der Mathematik“. Ich habe sie nur unwesentlich gekürzt.

## 1. Immanuel Kants (1724-1804) Philosophie der Mathematik

"Kants Theorie der Mathematik und seine generelle Erkenntnistheorie, die er beide in der "Kritik der reinen Vernunft" (1781/1787) entwickelte, hatten einen sehr großen Einfluss auf die spätere Philosophie der Mathematik (d.h. auf Autoren wie Frege, Hilbert, Brouwer und auf die logischen Empiristen)

In seiner **Erkenntnistheorie** führt Kant zwei wichtige Unterscheidungen ein. Die eine Unterscheidung ist diejenige zwischen analytischen und synthetischen Aussagen. Die andere Unterscheidung ist diejenige zwischen apriorischen und aposteriorischen Erkenntnissen.

Eine *analytisch wahre Aussage* ist nach Kant eine Aussage, in der der Begriff des Prädikats im Subjektbegriff bereits enthalten ist, so dass man nur die Begriffe untersuchen (analysieren) muss, um den Wahrheitswert der Aussage festzustellen. Die Aussage "Alle Junggesellen sind unverheiratet" ist somit analytisch wahr, da im Begriff des Junggesellen der Begriff des Unverheiratetseins bereits enthalten ist.

*Synthetische Aussagen* sind dagegen solche, in denen zwei unterschiedliche Begriffe zusammengeführt (synthetisiert) werden. Ihr Wahrheitswert kann nicht durch eine bloße Untersuchung der Begriffe, sondern nur durch den Verweis auf etwas - ein X, wie Kant sagt - das außerhalb der Begriffe liegt, bestimmt werden. Dabei kann es sich um Erfahrung handeln, wie beispielsweise im Fall der Aussage "Die Spitze des Rigs ist schneebedeckt. Um ihren Wahrheitswert zu bestimmen, muss nämlich untersucht werden, ob sich die Dinge in der Welt tatsächlich so verhalten.

Eine Erkenntnis ist nach Kant *a priori*, falls wir uns zur Rechtfertigung der Erkenntnis, d.h. zur Rechtfertigung unserer Überzeugung des Wahrheitswerts einer Aussage, nicht auf sinnliche Erfahrung beziehen müssen. Dies bedeutet nicht, dass wir apriorische Erkenntnisse im zeitlichen Sinn vor aller sinnlichen Erfahrung besitzen, dass sie etwa angeboren wären. Wir brauchen natürlich Erfahrungen, um überhaupt zu Konzepten zu gelangen und Aussagen bilden zu können. A priori ist eine Erkenntnis, wenn wir uns zur *Rechtfertigung* unseres Wissens, unserer Überzeugung bezüglich einer Aussage nicht auf Erfahrung stützen müssen.

Im Gegensatz zu den apriorischen Erkenntnissen sind *apriorische Erkenntnisse* solche, bei denen wir uns für die Rechtfertigung auf Erfahrung stützen müssen.

Die Unterscheidung zwischen a posteriori und a priori, die hier ja zunächst als eine Unterscheidung zwischen Erkenntnissen eingeführt wurde, kann man auf Aussagen übertragen. Wir können sagen, dass eine Aussage a priori ist, wenn ihr Wahrheitswert a priori gewusst werden kann, und wir können entsprechend auch von aposteriorischen Aussagen sprechen, wenn sie a posteriori gewusst werden können. Damit ergibt sich nun die Möglichkeit vier Klassen von wahren Aussagen zu unterscheiden.

1. synthetisch Aussagen a priori
2. synthetische Aussagen a posteriori
3. analytische Aussagen a priori
4. analytische Aussagen a posteriori

Zu (3) und (4): Wenn eine Aussage analytisch ist, ihr Wahrheitswert als nur aufgrund der Begriffe festgelegt wird, so greifen wir nicht auf die Erfahrung zurück, um unser Wissen bezüglich des Wahrheitswertes zu rechtfertigen, sondern verweisen auf die Begriffsstruktur. Analytischen Aussagen werden also stets a priori gewusst und Kant streicht deshalb die Klasse (4). Es gibt keine analytischen Aussagen a posteriori.

Zu (1) und (2): Wenn eine Aussage synthetisch ist, ihr Wahrheitswert als nur durch ein zusätzliches, außerhalb der Begriffsstruktur liegendes X bestimmt werden kann, so lassen sich zwei Fälle unterscheiden: a) Handelt es sich bei diesem X um Erfahrung, so muss bei der Rechtfertigung des Wissens bezüglich der Aussage natürlich auch auf Erfahrung zurückgegriffen werden. Die synthetische Aussage wird dann a posteriori gewusst. b) Handelt es sich bei diesem X aber um etwas anderes als Erfahrung, so muss bei der Rechtfertigung folglich nicht auf Erfahrung zurückgegriffen werden und die synthetische Aussage kann in diesem Fall a priori gewusst werden.

Kant interessiert sich nun insbesondere für die Urteile des Typs (1), also für die synthetischen Urteile a priori, da sie in besonderer Weise ausgezeichnet sind: Ebenso wie synthetische Urteile a posteriori erweitern sich unsere Erkenntnis, sind aber gleichzeitig wie analytische Urteile a priori, erfahrungsunabhängig und damit streng allgemein und notwendig.

Kant geht in seiner **Theorie der Mathematik** davon aus, dass die Aussagen der reinen Mathematik synthetisch a priori sind. Wie kommt er dazu, dies anzunehmen?

1. Warum sollten sie a priori sein? Kant nimmt an, dass mathematische Aussagen wie  $7 + 5 = 12$  oder "Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180 Grad" notwendig wahre Aussagen sind. Sie lassen sich somit durch keine Erfahrung, durch keine Beobachtung der Welt widerlegen. Um unsere Überzeugung bezüglich ihrer Wahrheit zu begründen, müssen wir deshalb auch nicht auf Erfahrung verweisen und z.B. sagen, dass wir bisher noch auf kein Gegenbeispiel gestoßen sind. Dies verhält sich ganz anders mit empirischen Verallgemeinerungen wie etwa "Alle Schwäne sind weiß". Sie sind nicht notwendig wahr und zu ihrer Begründung berufen wir uns auf Erfahrung. Kant schreibt: "Zuvörderst muss bemerkt werden, dass eigentlich mathematische Sätze jederzeit Urteile a priori und nicht empirisch sind, weil sie Notwendigkeit bei sich führen, welche aus Erfahrung nicht abgenommen werden kann." (B15) Mit seiner Annahme, dass Mathematik a priori gewusst wird, stimmt Kant mit den allermeisten seiner Vorgänger und Nachfolger überein.

2. Warum sollten sie synthetisch sein? Mit Bezug auf die Geometrie argumentiert Kant wie folgt (bezüglich der Arithmetik liefert er ein ganz ähnliches Argument): "Eben so wenig ist irgend ein Grundsatz der reinen Geometrie analytisch. Dass die gerade Linie zwischen zweien Punkten die kürzeste sei, ist ein synthetischer Satz. Denn mein Begriff vom Geraden enthält nichts von Größe, sondern nur eine Qualität. Der Begriff des Kürzesten kommt also gänzlich hinzu, und kann durch keine Zergliederung aus dem Begriff der geraden Linie gezogen werden. Anschauung muss also hier zu Hilfe genommen werden, vermittelt deren allein die Synthesis möglich ist." (B17)

Dass mathematische Aussagen synthetisch a priori sind, ist für Kant ein Faktum. Davon geht er aus. Für ihn stellt sich dann das Problem, wie solche Aussagen möglich sind. Das Problem besteht natürlich v.a. darin, zu sagen, worum es sich bei diesem X handelt, auf das wir in synthetischen Aussagen zurückgreifen müssen, wenn es nicht Erfahrung ist. Die Basis für die Lösung dieses Problems bildet Kants Auffassung von Raum und Zeit. Kurz gesagt, sind Raum und Zeit nach Kant nicht Bestandteile der unabhängig von uns bestehenden Welt, der Welt an sich. Sondern Raum und Zeit sind Formen oder Raster unseres Geistes, die alle unsere empirischen Erfahrungen oder Anschauungen strukturieren. Nun glaubt Kant, dass es neben den empirischen Anschauungen auch reine Anschauungen (= reine Intuitionen) gibt, die ganz unabhängig von der sinnlichen Erfahrung bestehen. Mit den reinen Anschauungen können die Formen Raum und Zeit sozusagen inspiziert werden.

Die Lösung, wie mathematische Aussagen als synthetische Aussagen möglich sind, sieht nun wie folgt aus. Das zusätzliche X, das wir benötigen, um ihren Wahrheitswert festzulegen, bilden Konstruktionen in der reinen Anschauung. Im Fall der Geometrie sind es Konstruktionen gemäß der Struktur des Raumes. Im Fall der Arithmetik sind es Konstruktionen gemäß der Zeit.

Mit Hilfe der Konstruktionen in reiner Anschauung gelingt es Kant somit 1. die mathematischen Aussagen als synthetische auszuweisen - er hat das zusätzliche X damit bestimmen können. Es gelingt ihm mit Hilfe der Konstruktion in reiner Anschauung aber 2. auch, die mathematischen Aussagen als apriorische auszuweisen, denn da die Formen Raum und Zeit das Raster für alle möglichen Erfahrungen bilden, können die durch die Konstruktion bestätigten geometrischen und arithmetischen Aussagen niemals durch Erfahrung widerlegt werden. Und zur Begründung unseres Urteils bezüglich ihres Wahrheitswertes müssen wir nur auf diese Konstruktionen in reiner Anschauung und folglich nicht auf eine sinnliche Erfahrung verweisen." (Gerald Walti. "Eine kurze Einführung in die Philosophie der Mathematik")

## **2. Der Logizismus von Gottlob Frege (1848-1925) und Bertrand Russell (1872-1970)**

"Frege teilte mir Kant die Auffassung, dass die Geometrie synthetisch a priori ist. Kants Auffassung bezüglich der Arithmetik hielt er jedoch für falsch. Frege glaubte, dass die Arithmetik analytisch a priori ist. Er glaubte also nicht, dass so etwas wie reine Anschauungen oder Intuitionen für die Arithmetik notwendig sind und er glaubte auch nicht, dass sie auf sinnlicher Erfahrung basiert.

Analytizität definiert Frege allerdings ein wenig anders als Kant: Analytisch ist nach Frege eine Aussage genau dann, wenn sich ihr Wahrheitswert nur aufgrund der Logik und eventuellen Definitionen ergibt. Analytisch wahr ist eine Aussage also kurz gesagt, wenn sie eine logische Wahrheit, d.h. eine Tautologie ist.

Für Frege wäre der Satz: "Alle Junggesellen sind unverheiratete Männer" somit analytisch wahr, falls per Definition festgelegt ist "Junggeselle = Def. unverheirateter Mann". Denn dann erhält man durch Einsetzung die logische Wahrheit. Alle unverheirateten Männer sind unverheiratet. (...) Zur Rechtfertigung unserer Überzeugung bezüglich der Wahrheit solcher Tautologien brauchen wir uns freilich nicht auf Erfahrung zu stützen. Auch unter dieser Definition der Analytizität werden analytische Aussagen also stets a priori gewusst.

**Freges Programm** ist es, zu zeigen, dass die arithmetischen Aussagen tatsächlich analytisch a priori sind. Er will zeigen, dass die ganze Arithmetik aus den logischen Axiomen und den Definitionen der arithmetischen Begriffe durch logische Begriffe abgeleitet werden kann. Dies ist das Ziel des Logizismus, das später auch Russell und Whitehead verfolgen.

Zur Erreichung dieses Ziels muss Frege als erstes überhaupt die logischen Prinzipien klar formulieren. Dies unternimmt er in einem Werk mit dem Namen "Begriffsschrift", das er 1879 publizierte. Dies ist das erste Werk der modernen mathematischen Logik. Er entwickelt darin eine vollständige Formalisierung der Logik erster Stufe, d.h. also eine vollständige axiomatische Darstellung der Aussagenlogik und der Prädikatenlogik erster Stufe.

Der zweite Teil der Aufgabe besteht darin, die arithmetischen Begriffe durch logische zu definieren. Mit diesem Projekt beginnt er in einer Schrift mit dem Namen "Die Grundlagen der Arithmetik", die er 1884 publizierte. In der Schrift "Grundgesetze der Arithmetik", deren erster Band 1893 und deren zweiter Band 1903 erschienen, setzt er sein Vorhaben fort. (...)

Mit einer Ableitung der Arithmetik aus der Logik und den Definitionen kann Frege (...) zwar zeigen, dass die Arithmetik wahr ist, falls die Logik wahr ist. Damit ist aber die Arithmetik noch nicht vollkommen gerechtfertigt. Denn warum sollen wir überhaupt annehmen, dass die Logik wahr ist? Warum scheinen uns die logischen Tautologien so offensichtlich wahr zu sein? Freges diesbezügliche Überzeugung ist die, dass die logischen Gesetze einen objektiven Inhalt haben. Sie beschreiben eine Wirklichkeit die unabhängig vom menschlichen Geist ist und die uns nicht über sinnliche Erfahrung sondern a priori zugänglich ist. Sie beschrieben mit anderen Worten eine platonische Wirklichkeit. Auf den Platonismus kommen wir in Abschnitt 7 erneut zu sprechen.

Freges logizistisches Programm scheiterte. **Bertrand Russell** entdeckte 1902 einen Widerspruch in Freges System, der sich aus Freges Auffassung von Klassen, d.h. Begriffsextensionen, ergibt. (...) Frege setzt dabei voraus, 1. dass Klassen Objekte sind, und 2. dass für alle Objekte  $a$  und für alle Begriffe  $F$  gilt, dass  $F(a)$  entweder wahr oder falsch ist.

Unter dieser Voraussetzung ergibt sich, dass der Begriff "Klasse, die sich selbst enthält" (nennen wir ihn kurz " $K$ ") in Freges System wohldefiniert ist. Wir können uns daher fragen, Ob  $K(k)$  wahr oder falsch ist, d.h. ob die Klasse aller Klassen, die sich selbst nicht enthält, sich selbst enthält oder nicht.

Es gibt zwei mögliche Fälle. 1) Wenn  $k$  sich selbst enthält, dann muss  $k$  eine Klasse sein, die sich selbst nicht enthält. Es ergibt also einen Widerspruch. 2) Wenn  $k$  sich selbst nicht enthält, dann muss  $k$  sich selbst enthalten. Auch hieraus ergibt sich somit ein Widerspruch.

Das ist das sogenannte **Russellsche Paradox**. Es war derart einschneidend, dass Frege nach 4 Jahren vergeblichen Bemühens um eine Lösung den Logizismus - und damit sein Lebenswerk - als gescheitert betrachtete.

Russell und sein Kollege Alfred Whitehead (1861-1947) hielten aber dennoch am Logizismus fest. Sie widmeten die 3 Bände ihres riesigen Werkes "Principia Mathematica", das zwischen 1910 und 1913 erschien, der Ausarbeitung dieser These. Um den mengentheoretischen Paradoxa zu entgehen, entwickelten sie eine sogenannte **Typentheorie**. Die einfache Typentheorie (neben der einfachen entwickelten sie auch noch eine verzweigte) lässt sich wie folgt beschreiben: Zum untersten Typ, dem Typ 0, gehören Individuen (z.B.  $a, b, c, \dots$ ), wobei

es sich hier nur um nicht-mathematische Gegenstände handelt. Zum Typ 1 gehören die Klassen dieser Individuen (z.B.  $f$ ,  $g$ ,  $h$ , ...), zum Typ 2 die Klassen der Klassen dieser Individuen (z.B.  $F$ ,  $G$ ,  $H$ , ...) etc. Die Kardinalzahlen gehören als Klassen von gleichzähligen Klassen zum Typ 2. Die Hauptregel der Typentheorie besagt, dass jede Klasse zu einem bestimmten Typus gehört und nur aus Elementen des nächstniedrigen Typus bestehen kann. Aussagen der Form  $f(a)$ ,  $F(f)$ ,  $3(f)$  sind daher sinnvoll, während Aussagen der Form  $f(F)$ ,  $f(g)$  oder  $f(f)$  weder wahr noch falsch sind. Aussagen wie "eine Klasse enthält sich selbst" oder "eine Klasse enthält sich selbst nicht" sind als sinnlos.

Mit Hilfe der Typentheorie war es möglich, den mengentheoretischen Paradoxa zu entgehen. Die Typentheorie nötigte Russell und Whitehead aber weitere Axiome auf, insbesondere das Unendlichkeitsaxiom (aufgrund der einfachen Typentheorie) und das Reduzibilitätsaxiom (aufgrund der verzweigten Typentheorie), die kaum als logische Axiome akzeptiert werden können. Das Unendlichkeitsaxiom beispielsweise besagt, dass es unendlich viele Individuen gibt. Dies ist aber eher eine kontingente empirische Aussage, als eine logische Wahrheit. Russell (1919, S.14) hat dies selbst zugegeben." (Gerald Walti: "Eine kurze Einführung in die Philosophie der Mathematik")

### **3. Der Formalismus von David Hilbert (1862-1943)**

"Im Gegensatz zu Frege teilte Hilbert mit Kant die Auffassung, dass sowohl die Arithmetik, wie auch die Geometrie synthetisch a priori ist. Hilbert verwarf allerdings Kants Erklärung für den synthetisch-apriorischen Charakter mathematischer Aussagen. Anstelle von Kants zwei Arten der reinen Anschauung, der räumlichen und der zeitlichen Anschauung, setzte er eine basale Anschauung von Formen (Gestalten) konkreter Zeichen und Figuren. Betrachtet man, so meint er, eine Abfolge wahrnehmbarer Objekte, wie z.B. IIII, so ist es sinnlich evident, dass die Abfolge III und II zusammen die Abfolge IIII ergibt. Dies ist eine apriorische Wahrheit. Allerdings keine analytisch-logische, sondern eine synthetisch-sinnliche Wahrheit, eine Wahrheit über die Struktur jeder möglichen Wahrnehmung. Hilbert war sich darüber im Klaren, dass diese seine Ansicht (und auch diejenige Kants) nur den finiten Teil der Mathematik betrifft. Wir können nicht unendlich viele Objekte wahrnehmen. Natürlich können wir, egal wie viele Objekte wir bereits wahrgenommen haben, stets ein weiteres Objekt wahrnehmen, aber wie werden an jedem Punkt immer nur eine endliche Anzahl von Objekten wahrgenommen haben. Rechtfertigen lässt sich über die basale Anschauung von Formen als nur die Mathematik, die eine sog. potentielle Unendlichkeit voraussetzt, nicht aber Theorien, die eine sogenannte aktuelle Unendlichkeit voraussetzen.

Für Hilbert stellte sich daher die Frage, wie die gesamte klassische Mathematik mit ihren unendlichen Totalitäten zu rechtfertigen ist. Bezüglich der transfiniten Mengentheorie sagte Hilbert bekannterweise: "Aus dem Paradies, das Cantor geschaffen, soll uns niemand vertreiben können." (Hilbert 1925: 88 )

Hilberts geniale Lösung für das Problem sieht wie folgt aus. Er unterteilt die gesamte Mathematik in zwei Teile. Der finite (reale) Teil ist bedeutungsvoll und synthetisch a priori wahr. Die mathematischen Aussagen des infiniten (idealen) Teils sind dagegen bedeutungslos und somit weder wahr noch falsch.  $3 < 5$  ist demnach beispielsweise wahr, während  $w < 2w$  weder wahr noch falsch ist. Obwohl sie strenggenommen sinnlos sind, sind die Aussagen des infiniten Teils wichtig, da sie die Übergänge zwischen den Aussagen der finiten Mathematik vereinfachen oder Ableitungen neuer finiter Theoreme ermöglichen. Der ideale, infinite Teil besitzt also - kurz gesagt - einen instrumentellen Wert. Natürlich können nicht

nach Belieben ideale Elemente eingeführt werden. Bedingung ist, dass sich durch die Einführung idealer Elemente keine Inkonsistenzen ergeben. (Die Inkonsistenzen der Mengenlehre beruhen nach Hilbert beispielsweise auf unvorsichtigen Einführungen idealer Elemente.)

**Hilberts Programm** besteht nun darin, zu zeigen, dass die unterschiedlichen Teile der infiniten Mathematik untereinander und mit der finiten Mathematik so zusammenpassen, dass keine Widersprüche abgeleitet werden können. Durch Konsistenzbeweise (Beweise, die zeigen, dass in einem System kein Widerspruch abgeleitet werden kann) glaubt Hilbert, den idealen Teil der Mathematik rechtfertigen zu können. (Vgl. Hilbert 1925)

Ein verheerender Einwand gegen Hilberts Programm, aber auch gegen das logizistische Programm, ergab sich durch **Gödels Unvollständigkeitstheoreme**, die er in seinem 1931 publizierten Aufsatz "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme" entwickelte. Sie lauten wie folgt:

Theorem 1: Es existiert keine konsistente Axiomatisierung (kein konsistenter Algorithmus) der Arithmetik, die (der) vollständig ist.

Theorem 2: Falls eine Axiomatisierung der Arithmetik konsistent ist, so gibt es keinen (finiten) Beweis dafür, dass sie konsistent ist.

Das Theorem 2 wendet sich direkt gegen Hilberts Programm. Das Theorem 1 greift (zwar) ebenfalls eine der (...) Voraussetzungen des Hilbertschen Programms an, (...) wendet sich aber insbesondere gegen den Logizismus." (Gerald Walti "Eine kurze Einführung in die Philosophie der Mathematik")

#### **4. Der Intuitionismus von L.E.J. Brouwer (1881-1966)**

"Aufgrund der Entwicklung nicht-euklidischer Geometrien hielt Brouwer Kants Auffassung der Geometrie für falsch. Er folgte Kant aber in der Annahme, dass die Arithmetik (und die Analysis und Algebra) synthetisch a priori ist. Weiter stimmte er auch Kants Erklärung des synthetisch-apriorischen Charakters der Arithmetik durch zeitliche Anschauung zu. Brouwer beschreibt die zeitliche Anschauung oder Intuition als eine Anschauung der Veränderung an sich, d.h. des Auseinanderfallens eines Lebensmomentes in einen Teil der vergeht und einen Teil der entsteht. Von dieser basalen zeitlichen Anschauung, der Anschauung der *Two-oneness*, wie Brouwer sie auch nennt, gelangt man zu potentiell unendlichen Sequenzen und zur Konstruktion der natürlichen Zahlen, die wiederum die Basis für weitere Konstruktionen bilden können. Brouwers diesbezügliche Erklärungen sind recht verwirrend (vgl. Brouwer 1913 und 1949). Entscheidend für den Intuitionismus ist aber, dass er (und damit folgt er Kant) mathematische Gegenstände als vom Geist gebildete oder konstituierte Gegenstände auffasst. Mathematische Gegenstände haben nicht eine vom menschlichen Geist unabhängige Existenz.

Nach Brouwer und seinen intuitionistischen Nachfolgern (vgl. z.B. Arend Heyting 1956) sind viele Annahmen der klassischen Mathematik nun aber nicht gerechtfertigt, da sie diesen Sachverhalt nicht beachten. Sie postulieren erstens mathematische Gegenstände bzw. Sachverhalte, die außerhalb der menschlichen Konstruktionsfähigkeit liegen. Zweitens verwenden sie nicht-konstruktive Existenzbeweise (die das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten voraussetzen). Konstruktive Existenzbeweise sind, kurz gesagt, Beweise, die, wann immer die Existenz eines so und so charakterisierten mathematischen Gegenstandes behauptet



wird, (...) eine Methode angeben, wie der Gegenstand aufgefunden oder konstruiert werden kann.

**Brouwers** (und später Heytings) **intuitionistisches Programm** ist es, die klassische Mathematik durch eine alternative konstruktive Mathematik zu ersetzen, die die genannten Fehler nicht begeht und insofern gerechtfertigt ist. Anders formuliert: Das Ziel ist es, die Aussagen der klassischen Mathematik zu rechtfertigen, indem nur konstruktive Beweise verwendet werden.

Eine der einschneidendsten Konsequenzen dieses Programms ist die Kritik basaler logischer Begriffe, insbesondere der Negation und des Gesetzes des ausgeschlossenen Dritten. Um dies etwas zu verdeutlichen, betrachten wir das folgende Beispiel:

Angenommen wir möchten wissen, ob  $p$  eine Primzahl ist oder nicht. Nehmen wir weiter an, dass wir bereits bewiesen haben, dass  $p = 3$ , falls die Goldbachsche Vermutung wahr ist und  $p = 5$  falls die Goldbachsche Vermutung falsch ist.

In der klassischen Mathematik wäre die Antwort auf die Frage, ob  $p$  eine Primzahl ist, natürlich "Ja". Denn die Goldbachsche Vermutung ist nach dem Gesetz des ausgeschlossenen Dritten entweder wahr oder falsch. Und in beiden Fällen ist  $p$  eine Primzahl. In der konstruktiven Mathematik kann diese Antwort nun allerdings nicht akzeptiert werden. Die Begründung liegt in folgendem:

Die Goldbachsche Vermutung (nennen wir sie abgekürzt GV) besagt, dass jede gerade Zahl die Summe zweier Primzahlen bildet. Bis heute gibt es keinen Beweis dafür, dass GV wahr bzw. falsch ist. Solange es nun aber keine konstruktiven Beweis dafür gibt, der zeigt, dass GV wahr ist oder dass -GV wahr ist, kann man nicht davon ausgehen, dass GV überhaupt eine sinnvolle mathematische These ist, der ein Wahrheitswert zukommt. Ebenso wie es bezüglich des Gedankens "Hamlet hat grüne Augen" sinnlos wäre, zu fragen, ob er wahr oder falsch sein, wenn Shakespeare Hamlets Augenfarbe nirgendwo erwähnte, so ist es bezüglich GV sinnlos zu fragen, ob er wahr oder falsch ist, wenn kein Beweis für ihn vorhanden ist. Beide Gedanken sind zunächst einfach Erfindungen unseres Geistes, die ohne unser weiteres Zutun noch keinen Wahrheitswert besitzen. Wir können also nicht einfach gemäß dem Gesetz des ausgeschlossenen Dritten voraussetzen, dass GV entweder wahr oder falsch ist, und damit können wir auch nicht beweisen, dass entweder  $p = 3$  oder  $p = 5$ , d.h. dass  $p$  eine Primzahl ist." (Gerald Walti: "Eine kurze Einführung in die Philosophie der Mathematik")

## **5. Der Konventionalismus des logischen Empirismus (zwischen 1930 und 1950)**

"Die logischen Empiristen (v.a. Rudolf Carnap, Alfred Jules Ayer und Carl Hempel) verwerfen Kants These, dass es synthetische Aussagen a priori gibt. Sämtliche Aussagen sind entweder synthetisch a posteriori oder analytisch a priori. Die mathematischen Aussagen, auch diejenigen der reinen Geometrie sind dabei analytisch a priori.

Die logischen Empiristen unterstützen nun aber nicht einfach den Logizismus von Frege und Russell. Sie halten das logizistische Programm für irrelevant, weil es auf der falschen Annahme beruht, dass mit der Logik und den Definitionen zwei unterschiedliche Typen von Prinzipien fundamental sind für die Mathematik. Die logischen Gesetze nämlich, so meinen sie, ergeben sich letztlich ebenfalls aus konventionellen Definitionen des logischen Vokabulars.

Die **konventionalistische These** der logischen Empiristen lässt sich wie folgt umreißen (vgl. z.B. Ayer 1936, Carnap 1939 und Hempel 1945). Sowohl in der Mathematik wie auch in der Logik versucht man die Konsequenzen sprachlicher Konventionen herauszuarbeiten. Die Aussagen der Mathematik und der Logik sind wahr allein aufgrund der konventionellen Festlegung der Bedeutungen ihres Grundvokabulars. Sie sind nicht wahr, weil ihre Terme auf irgendwelche Gegenstände, seien es platonische Entitäten oder Objekte des Geistes, referieren. Die logischen Empiristen sprechen auch von Wahrheit aufgrund von semantischen Regeln.

Aus dieser Perspektive, d.h. wenn die Logik keinen speziellen Status hat, ist es nun natürlich auch nicht mehr wichtig, ob die Axiome, aus denen die übrigen Aussagen der Mathematik abgeleitet werden, Gesetze der Logik sind. Was zählt bzw. was die mathematischen Aussagen rechtfertigt, ist, dass sie Prinzipien sind oder als Theoreme aus Prinzipien abgeleitet werden, die die Konventionen bezüglich des basalen Vokabulars beinhalten. Was sind das genau für Prinzipien? Es sind die Axiome der mathematischen Teilgebiete, z.B. der euklidischen Geometrie. Dabei sind die mathematischen Teilgebiete als formale axiomatische Systeme zu verstehen, in denen die konventionell festgelegten Axiome die Bedeutung der primitiven Terme implizit definieren (dieser Gedanke geht auf Hilbert (1899) zurück und macht die Annäherung an den Formalismus deutlich).

Wie bereits erwähnt, referieren die Terme der mathematischen Aussagen - der Axiome und Theoreme - nicht auf Gegenstände eines mentalen Bereichs oder platonischen Himmels. Mit anderen Worten, sie besitzen keine Extension, und es wäre daher eigentlich besser, von "Aussagenschemata" und nicht von "Aussagen" zu sprechen. Erst unter einer bestimmten Interpretation ihrer (einer Extensionsangabe für ihre) primitiven Terme werden die Formeln zu bestimmten Beschreibungen z.B. eines physikalischen Bereichs. Dann handelt es sich aber um synthetische Aussagen a posteriori, deren Wahrheitswert nur über Erfahrung bestimmt werden kann.

Der Logiker und Philosoph W.V.O. Quine attackierte die These der logischen Empiristen, dass die Mathematik und Logik aufgrund von Konventionen bzw. semantischen Regeln wahr sind, mit verschiedenen Argumenten (vgl. Quine 1936 und 1962). Eines der frühesten **Gegenargumente Quines**, das auch von Ludwig Wittgenstein vorgebracht wurde, ist das folgende (von ihm können wir aber sagen, dass es keine starke Bedrohung des Konventionalismus bildet, wenn er wie oben formuliert wird):

Es gibt unendlich viele logische Wahrheiten. Daher kann die Aussage, dass logische Wahrheiten durch Konventionen wahr sind, nicht bedeuten, dass jede einzelne logische Wahrheit durch eine Konvention festgelegt wurde. Es kann nur heißen, dass logische Wahrheiten aus Konventionen folgen. "Aus Konventionen folgen" bedeutet aber natürlich nichts anderes als "logisch aus Konventionen folgen". Damit setzen wir aber logische Wahrheiten voraus, die wir erst noch ableiten wollen und geraten in einen Zirkel." (Gerald Walti: "Eine kurze Einführung in die Philosophie der Mathematik")

## 6. Der Platonismus von Kurt Gödel (1906-1978) und W.V.O. Quine (1908-2001)

"Wie bereits erwähnt, verband Frege seinen Logizismus mit einem Platonismus. Einer der bedeutendsten späteren Vertreter des Platonismus war Kurt Gödel (vgl. Gödel 1964). **Gödels platonische Position**, die von vielen Mathematikern geteilt wird und die weder mit dem Intuitionismus, noch mit dem Formalismus und dem Konventionalismus vereinbar ist, lässt sich in zwei Teilthesen aufspalten:

1) Mathematische Objekte sind ebenso real wie Alltagsgegenstände (z.B. Tische) oder wissenschaftliche Entitäten (z.B. Elektronen). Mathematische Sätze (...) beschreiben ebenso wie "Der Mond umkreist die Erde" eine bestimmte, von uns unabhängige Wirklichkeit und sind wahr oder falsch aufgrund ihrer Übereinstimmung mit dieser Wirklichkeit. Es handelt sich bei den mathematischen Objekten allerdings weder um physikalische Entitäten in Raum und Zeit, noch um mentale Entitäten, die mathematischen Entitäten sind abstrakt, außerhalb von Raum und Zeit liegend und unabhängig von uns.

2) Der menschliche Geist hat die Fähigkeit, mathematische Gegenstände und Sachverhalte wahrzunehmen und zu entdecken. Ähnlich wie er die Fähigkeit hat, physikalische Gegenstände wahrzunehmen und zu entdecken. Diese Art von Wahrnehmung ist allerdings nicht sinnlich. Die mathematischen Erkenntnisse, zu denen der menschliche Geist gelangt, sind daher a priori.

Gödel gelangte zu seiner platonischen Position u.a. im Zusammenhang mit seiner Untersuchung, ob Cantors Kontinuumshypothese korrekt ist. Die Kontinuumshypothese besagt, dass es keine Kardinalität gibt, die größer ist, als die Kardinalität der Menge der natürlichen Zahlen und kleiner als die Kardinalität der reellen Zahlen. (...) Gödel untersuchte, ob die Kontinuumshypothese unabhängig ist von den Axiomen der Mengentheorie (den Zermelo-Fraenkelschen Axiomen), d.h. ob die Negation der Kontinuumshypothese im Zusammenhang mit diesen Axiomen nicht zu einem Widerspruch führt. Wenn ihre Unabhängigkeit festgestellt würde, so wäre eine mögliche Antwort - die Antwort der Formalisten und Konventionalisten - auf die Frage bezüglich der Wahrheit der Hypothese die folgende: Ebenso wie das Parallelenpostulat in der euklidischen Geometrie korrekt ist, nicht aber in einer nicht-euklidischen Geometrie, so können wir von einer cantorschen Mengentheorie sprechen, in der die Kontinuumshypothese korrekt ist, und von einer nicht-cantorschen, in der sie nicht korrekt ist.

Gödel hielt diese Antwort für absolut irreführend. Auch wenn die Unabhängigkeit festgestellt würde (und dies war später der Fall), so sollten wir uns auch dann noch fragen, ob die Hypothese wahr ist oder falsch bzw. welches die korrekte Mengentheorie ist. Die Ansicht Gödels, dass es sich bei solchen mengentheoretischen Axiomen (der Rest der Mathematik kann auf die Mengentheorie reduziert werden) nicht einfach um konventionelle Wahrheiten (Konventionalisten) oder bedeutungslose, nicht zu Inkonsistenzen führende Sätze (Formalisten) handeln kann, wird von sehr vielen Mathematikern geteilt und führt sie ebenso wie Gödel zum Platonismus.

Eine wichtige Argumentation für den Platonismus, die auch bei Gödel implizit vorhanden ist, kann man wie folgt angeben (die Argumentation setzt sei einem Realismus bezüglich der Wahrheitswerte mathematischer Aussagen an):

(1) Wir möchten sagen, dass alle mathematischen Aussagen einen Wahrheitswert haben, dass sie entweder wahr oder falsch sind, egal, ob wir es je herausfinden können oder nicht. Mathematische Aussagen sind genauso wie alle empirischen Aussagen eindeutig entweder wahr oder falsch.

(2) Um (1) zu erhalten, ist es am plausibelsten, anzunehmen, dass mathematische Aussagen genauso wie empirische Aussagen wahr oder falsch sind, je nachdem, ob sie mit einer bestimmten Wirklichkeit übereinstimmen oder nicht.

(3) Um (2) zu erhalten, müssen wir aber annehmen, dass die mathematische Wirklichkeit aus abstrakten - nicht raumzeitlichen und nicht mentalen - Objekten besteht:

a) Die Objekte, aus denen die mathematische Wirklichkeit besteht, können nämlich keine physikalischen raumzeitlichen Objekte sein. Denn es gibt wahrscheinlich mehr mathematische Wahrheiten als raumzeitliche Objekte und die Wahrheit von mathematischen Aussagen hängt jedenfalls nicht vom Schicksal irgendeines raumzeitlichen Objektes ab.

b) Die Objekte, aus denen die mathematische Wirklichkeit besteht, können aber auch keine mentalen Objekte sein. Denn wir nehmen an, dass die Aussagen der Mathematik auch schon bevor es Menschen gab einen Wahrheitswert hatten, dass sie auch einen Wahrheitswert hätten, wenn es gar nie Menschen gegeben hätte und dass es mehr mathematische Wahrheiten gibt als Menschen jemals mentale Akte produzieren können.

Neben Gödel ist auch **W.V.O. Quine** ein Vertreter der platonischen Position (vgl. Quine 1946 und 1951). Quine unterstützt allerdings nicht die oben erwähnte zweite These und er liefert eine ganz andere Argumentation für den Platonismus. Quine ist der Ansicht, dass die Mathematik nicht als selbständige Disziplin, sondern nur als Teil der gesamten Wissenschaft betrachtet werden kann. Um eine Sprache zu besitzen, die reich genug ist, um empirische Wissenschaft zu betreiben, ist es notwendig, über mathematische Gegenstände zu quantifizieren. Wir müssen Existenzsätze (...) bilden, wobei der Wertebereich von  $x$  abstrakte mathematische Gegenstände (Mengen) bildet. Die Notwendigkeit von Existenzquantifikationen über abstrakte Mengen ist nun aber nach Quine vergleichbar mit der Notwendigkeit von Existenzquantifikation über theoretische Entitäten wie Elektronen oder Positronen. Mengen und Elektronen sind beides Objekte, die wir postulieren müssen, um die Wissenschaft, wie wir sie gegenwärtig kennen, zu betreiben. Und es ist daher genauso gerechtfertigt, abstrakte Mengen für reale Objekte zu halten, wie es gerechtfertigt ist, Elektronen für reale Objekte zu halten.

Zu den einflussreichsten Kritikern des Platonismus gehört **Paul Benacerraf**. Er bringt zwei Probleme, die mit dem Platonismus verbunden sind, auf den Punkt:

1. Gemäß den Platonisten beschäftigt sich die Mathematik mit abstrakten Objekten, die vom menschlichen Geist unabhängig und außerhalb von Raum und Zeit sind. Solche Objekte interagieren aber nicht kausal mit anderen Objekten, insbesondere auch nicht mit Menschen. Erkenntnistheoretisch vernünftig ist es aber, anzunehmen, dass eine Person nur dann über ein Objekt etwas wissen kann, wenn es zwischen dem Objekt und der Person eine kausale Verbindung gibt. Wenn wir nun davon ausgehen, dass wir mathematisches Wissen besitzen, so muss demnach entweder unsere beste Erkenntnistheorie oder unsere beste Theorie der mathematischen Wahrheit, nämlich der Platonismus, falsch sein. (Vgl. dazu Benacerraf 1973)

2. Wenn wir annehmen, dass die Mathematik ein Reich abstrakter Objekte beschreibt, so können wir uns fragen, um welche Art von mathematischen Gegenständen es sich handelt. Da mengentheoretische Untersuchungen zeigen, dass mathematische Entitäten, wie Zahlen, Funktionen, Räume, Gruppen etc. alle mit Mengen identifiziert werden können, nehmen die meisten Platoniker an, indem sie dem Prinzip folgen, so wenige Entitäten wie möglich zu postulieren, dass die realen Mathematischen Objekte Mengen sind. Nun ergibt sich aber für den Platoniker immer noch das Problem, welche Menge er wählen soll. Es gibt sehr viele Möglichkeiten, z.B. die Arithmetik auf die Mengentheorie zu reduzieren. Worauf referieren also die Zahlen? Man könnte z.B. behaupten, dass  $2 = (\{ \rightarrow \})$ . Ebenso gut könnte man aber behaupten, dass  $2 = (\{ \rightarrow (\rightarrow) \})$ . (Vgl. dazu Benacerraf 1965)

Als Reaktion auf den Platonismus und die mit ihm verbundenen Probleme gingen in der Philosophie der Mathematik insbesondere zwei Positionen hervor: der Strukturalismus (vgl. z.B. Resnik 1997 und Shapiro 1997) und der Nominalismus (vgl. Field 1980 und Chihara 1973). Auf sie kann hier aber nicht weiter eingegangen werden." (Gerhard Walti: "Eine kurze Einführung in die Philosophie der Mathematik")

### **Der Naturalismus von Philip Kitcher**

Alle in den vorangehenden Kapiteln vorgestellten Positionen sind apriorische Positionen. Mathematisches Wissen, so lautet die traditionelle Annahme in der Philosophie der Mathematik, ist unabhängig von aller sinnlichen Erfahrung. Mathematische Überzeugungen müssen nicht über sinnliche Erfahrungen gerechtfertigt werden. Natürlich wurde diese Auffassung aber auch kritisiert. In seinem 1843 erschienenen Werk "A System of Logic" versuchte John Stuart Mill (1806-1873) zu argumentieren, dass die Mathematik eine empirische Wissenschaft sei. In neuerer Zeit kritisierten W.V.O. Quine (vgl. z.B. Quine 1951), Hilary Putnam (vgl. Putnam 1975), Imre Lakatos (vgl. Lakatos 1976) und Philip Kitcher (vgl. Kitcher 1984 und 1988 ) die apriorische These, wobei nur Kitcher eine detaillierte Alternative entwarf.

Kitchers Hauptkritik am Apriorismus lässt sich wie folgt umreißen:

Die apriorischen Ansätze gehen alle von bestimmten basalen Teilen der Mathematik (bestimmten Axiomen) als a priori gerechtfertigten Teilen aus, mit deren Hilfe der Rest der Mathematik (als Theoreme) durch deduktive Beweise gerechtfertigt werden kann. Die meisten Aprioristen (wie etwa Frege, Russell, Hilbert und Brouwer) haben sich nun zwar nicht so sehr um die Frage gekümmert, warum ihr basaler Teil a priori gewusst wird, sondern waren vielmehr mit technischen Fragen ihres Programms beschäftigt. In ihren jeweiligen Erklärungen, warum der basale Teil a priori gerechtfertigt ist, greifen die Aprioristen aber auf gewisse Rechtfertigungsprozesse zurück, bezüglich derer mindestens einer der beiden folgenden kritischen Einwände erhoben werden kann:

- a. Es ist äußerst fragwürdig, ob es einen solchen Prozess gibt.
- b. Es ist äußerst fragwürdig, ob ein solcher Prozess automatisch zu apriorischem Wissen führt.

Vergegenwärtigen wir uns nochmals die von den Autoren angenommenen unterschiedlichen Rechtfertigungsprozesse für die basalen Aussagen, die natürlich stets im Zusammenhang mit der Beantwortung der ontologischen Frage, was die basalen mathematischen oder logischen Aussagen wahr macht, stehen:

Philosoph.	Warum ist die Aussage wahr?	Warum ist die Überzeugung gerechtfertigt?
Kant	Übereinstimmung mit mentaler Wirklichkeit	.konstruktivistische Anschauung
Frege	Übereinstimmung mit platonischer Wirklichkeit	gemischte Anschauung

Hilbert	Übereinstimmung mit mentaler Wirklichkeit	konstruktivistische Anschauung
Brouwer	Übereinstimmung mit mentaler Wirklichkeit	konstruktivistische Anschauung
Empiristen	Aufgrund von Bedeutungen	Verständnis der Bedeutungen
Gödel	Übereinstimmung mit platonischer Wirklichkeit	platonische Anschauung

Die Rechtfertigungsprozesse, auf die die Aprioristen letztlich zurückgreifen, sind demnach konstruktivistische Anschauungen oder platonische Anschauungen (je nachdem, ob sie von einer mentalen oder einer platonischen mathematischen Wirklichkeit ausgehen), oder die Rechtfertigung ergibt sich aus unserem Verstehen semantischer Verhältnisse. In "The Nature of Mathematical Knowledge" versucht Kitcher für jeden dieser Prozesse zu zeigen, dass er nicht zu apriorischem Wissen führt.

Der Naturalismus bricht nun mit dieser logisch und apriorisch orientierten Tradition der Rechtfertigung und behauptet stattdessen:

- a) dass die mathematischen Aussagen ebenso wie naturwissenschaftliche Aussagen empirisch gerechtfertigt werden müssen und
- b) dass die Rechtfertigung nicht durch logische Deduktion aus Axiomen und Definitionen erfolgen kann, sondern nur mit Bezug auf die kausalen Mechanismen, die die Aussagen/Überzeugungen hervorgebracht haben.

Kitcher umreißt sein naturalistisches Programm wie folgt:

"Wie jeder Teil der Wissenschaft bildet auch die Mathematik neues Wissen auf der Grundlage von dem, was bereits erreicht wurde. Eine entscheidende Aufgabe des Epistemologen der Mathematik wie des Epistemologen der Wissenschaft ist die Identifikation der Modifikationen eines Wissenskorpas, die einen neuen Wissenskorpas hervorbringen können.  
(...)

Unsere heutigen mathematischen Überzeugungen sind gerechtfertigt aufgrund ihrer Relation zu den Überzeugungen (einer früheren Generation von Mathematikern); dieser frühere Korpus von Überzeugungen ist wiederum gerechtfertigt aufgrund seiner Relation zu einem noch früheren Korpus, und so weiter. Irgendwo muss diese Kette natürlich einen Anfang haben. Dort finden wir vielleicht eine Art Mathematik vor hinsichtlich der Mill Recht hat; eine Art rudimentäres mathematisches Wissen bezüglich dessen die Menschen durch ihre sinnlichen Erfahrungen in Situationen, wo sie ihre Umgebung manipulieren (beispielsweise beim Herumschieben kleiner Gruppen von Objekten), gerechtfertigt sind. Was der Naturalismus zeigen muss, ist, dass das gegenwärtige mathematische Wissen aus diesem primitiven durch eine Reihe rationaler Übergangsprozesse hervorgeht." (Kitcher 1988: 298f, Übersetzung von Gerald Walti)

Der Naturalismus muss also, um unser gegenwärtiges mathematisches Wissen als gerechtfertigt auszuweisen, zeigen:

1. dass unsere gegenwärtigen mathematischen Überzeugungen tatsächlich aus den erwähnten primitiven Überzeugungen entstehen konnten (durch historisch-soziale und kognitiv kausale Prozesse),
2. dass die primitiven mathematischen Überzeugungen empirisch gerechtfertigt sind und
3. dass die Übergangsprozesse rational sind. Wobei ein Übergangsprozess (kurz gesagt) rational ist, gdw. er zu Theorien und Konzepten führt, die gewisse Systematisierungen von mathematischen Bereichen ermöglichen oder Lösungen für bisher ungelöste mathematische oder bisher ungelöste wissenschaftliche Probleme bringen.

Wir sehen nun, dass kognitionswissenschaftliche Untersuchungen für ein naturalistisches Programm in der Philosophie der Mathematik äußerst relevant sind. Zwar ist die primäre Frage des naturalistischen Erkenntnistheoretikers nach wie vor, ob die gegenwärtige Mathematik gerechtfertigt ist und nicht wie sie kausal entstanden ist. Für die Beantwortung seiner Frage ist es aber entscheidend, dass die kausalen Prozesse genau identifiziert werden und gezeigt werden kann, dass sich die heutige, komplexe Mathematik aus einer primitiven Mathematik heraus entwickeln konnte, d.h. aus einer Mathematik, die sich aus unserer sensomotorischen Interaktion mit der Umwelt ergibt." (Gerald Walti: "Eine kurze Einführung in die Philosophie der Mathematik")

### **Eine alternative Philosophie der Mathematik**

Wenn wir feststellen, dass der Logizismus und der Formalismus gescheitert sind, die Philosophie der Mathematik im Rahmen von Intuitionismus und logischem Empirismus mindestens zweifelhaft ist, von den Schwächen des Naturalismus ganz zu schweigen, dann bleiben am Ende eigentlich nur zwei widerstreitende Positionen übrig, die mit unverminderter Wucht aufeinanderprallen, die Position Kants, und die Position Platons. Frege nun hatte versucht, die Position Kants mit dem Platonismus zu verbinden. Er nahm zwar an, dass die Geometrie synthetisch a priori sei, aber die Sätze der Arithmetik seien analytisch a priori, und grundsätzlich Aussagen über eine von uns unabhängige platonische Wirklichkeit. Ich selbst möchte mich in der Streitfrage gerne auf die Seite Kants stellen. Formen und Sätze der Geometrie, aber auch Zahlen und Sätze der Arithmetik und Algebra sind für mich eindeutig synthetisch a priori. Das glaube ich jedenfalls für mich so weit geklärt zu haben. Ich möchte nun aber gerne eine Erweiterung dieser Vorstellung vornehmen, die denn doch das Tor zum Platonismus wieder aufstößt: Stellen wir uns vor, die ganzen Zahlen (1, 2, 3, 4, usw.), aber auch die (geometrischen) Urformen (Kreis, Dreieck, Viereck, Kreuz, usw.) seien nicht nur auf Grund der Anschauungen von Raum und Zeit a priori gegeben, sonder "zugleich" platonische Ideen. Wir erkennen die ganzen Zahlen und die Urformen als platonische Ideen durch Intuition, und das, was uns diese Intuitionen ermöglicht, ist eben genau die reine Anschauung von Raum und Zeit. Ohne diese reine Anschauung von Raum und Zeit geht es also in der Tat nicht. Während aber die Aussagen, Sätze und Urteile der Geometrie, der Arithmetik und der Algebra konstruiert sind (sie sind reine Konstruktionen des Verstandes, und damit rein mentale Tatsachen), kommen wir zu den Zahlen und Urformen durch Intuition. Diese basalen Tatsachen sind möglicher Weise tatsächlich platonische Ideen, und die reinen Anschauungen von Raum und Zeit ermöglichen uns überhaupt erst die Intuitionen, durch die wir auf die platonische Wirklichkeit zugreifen können. Zahlen und Formen sind also intuitiert, mathematische Sätze hingegen konstruiert.